

NUMERICAL METHOD FOR SOLVING FUZZY  
POLYNOMIALS AND FUZZY DIFFERENTIAL  
EQUATIONS

NOOR' ANI BINTI HJ. AHMAD

DOCTOR OF PHILOSOPHY  
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU  
2012



**NUMERICAL METHOD FOR SOLVING FUZZY  
POLYNOMIALS AND FUZZY DIFFERENTIAL  
EQUATIONS**

**NOOR'ANI BINTI HJ. AHMAD**

**Thesis Submitted in Fulfilment of the Requirement  
for the Degree of Doctor of Philosophy in the  
Faculty of Science and Technology  
Universiti Malaysia Terengganu**

**August 2012**

Journal of the Department of Mathematics, Faculty of Science, Universiti  
Teknologi Malaysia, 81310 Skudai, Johor Darul Ta'zim, Malaysia

NUMERICAL SOLUTIONS FOR WAIVING FUZZY POLYNOMIALS AND  
FUZZY DIFFERENTIAL EQUATIONS

SELAMAH BINTI HA AHMAD

August 2012

*Specially dedicated to  
my dearest parents, Hj. Ahmad Bin Abd. Shukor and Hj. Selamah Binti Dayat, my  
beloved husband, Azhar Bin Mamat for their support and care, and my family for  
their encouragement and blessing.*

*Thank you!*

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Malaysia Terengganu in fulfilment of the requirement for the degree of Doctor of Philosophy.

**NUMERICAL METHOD FOR SOLVING FUZZY POLYNOMIALS AND  
FUZZY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**NOOR'ANI BINTI HJ. AHMAD**

**August 2012**

**Main Supervisor : Assoc. Prof. Hj. Mustafa Bin Mamat, Ph.D.**

**Co-Supervisor : Kavikumar s/o Jacob, Ph.D.**

**Professor Dr. Ismail Bin Mohd., Ph.D.**

**Faculty : Science and Technology**

Uncertainty and vagueness occur in many real life problems. Uncertainty may exist in the experimental process, data collection and process measurement. The uncertainty information can be modelled and formulated into fuzzy functions. Therefore fuzzy set theory is incorporated to overcome this problem. In this study, fuzzy functions are divided into fuzzy polynomials (FP) and Fuzzy Differential Equations (FDE). FP and FDE are very interesting subjects to explore. Therefore, study should be done on how to solve them by using the numerical methods. Numerical method is considered because its ability to get the approximate solution when the exact solution is impossible.

This study aims to solve FP (dual fuzzy polynomials and systems of fuzzy polynomials) by using the ranking method and to solve FDE by using the Ant Colony Programming (ACP), Modified Romberg's method and Modified Two-step

Simpson's  $3/8$  method. Apart from that, this study emphasizes on FP till the fifth degree and the first order FDE with fuzzy initial value problem (IVP), also generalized differentiability FDE in ACP approach. The methods in this study were tested in the calculation with some numerical experiments. Results have shown that, the ranking method is able to solve dual fuzzy polynomials and system of fuzzy polynomials.

In this study, ACP was used to find the optimal solution of FDE. Results obtained show that the method is effective in solving FDE. The solution in this method is equivalent to the exact solution of the problem. Modified Romberg's method and Modified Two-step Simpson's  $3/8$  method are used to solve FDE with fuzzy IVP has been successfully derived. The result has been shown that Modified Romberg's method gave smaller error than the Standard Euler's method. Therefore Modified Romberg's method can estimate the solution of FDE more effectively than the Euler's method in solving FDE. Meanwhile, by using the Modified Two-step Simpson's  $3/8$  methods, it has been shown that the solution of FDE provide more accurate approximation to the exact solution and it also gives better results than the Runge-Kutta method. In other words, Modified Two-step Simpson's  $3/8$  method is an effective method to solve FDE compared to the Runge-Kutta method.

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Malaysia Terengganu sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Doktor Falsafah.

**KAEDAH BERANGKA DALAM PENYELESAIAN POLINOMIAL KABUR  
DAN PERSAMAAN PEMBEZAAN KABUR**

**NOOR'ANI BINTI HJ. AHMAD**

**Ogos 2012**

**Penyelia Utama : Prof. Madya Hj. Mustafa Bin Mamat, Ph.D.**

**Penyelia Bersama : Kavikumar s/o Jacob, Ph.D.**

**Profesor Ismail Bin Mohd., Ph.D.**

**Fakulti : Sains dan Teknologi**

Ketidakpastian dan kekaburan berlaku dalam banyak masalah kehidupan sebenar. Ketidakpastian mungkin wujud dalam proses eksperimen, pengumpulan data dan proses pengukuran. Maklumat yang tidak pasti boleh dimodelkan dan dirumuskan menjadi fungsi kabur. Oleh itu teori set kabur digabung jalinkan untuk mengatasi masalah ini. Dalam kajian ini, fungsi kabur dibahagikan kepada polinomial kabur (PK) dan Persamaan Pembezaan Kabur (PPK). PK dan PPK adalah subjek yang sangat menarik untuk diterokai. Oleh itu, kajian perlu dilakukan tentang bagaimana untuk menyelesaikannya dengan menggunakan kaedah berangka. Kaedah berangka digunakan kerana keupayaannya untuk mendapatkan penyelesaian hampir apabila penyelesaian tepat adalah mustahil.

Matlamat kajian ini adalah untuk menyelesaikan PK (polinomial dua kabur dan sistem polinomial kabur) dengan menggunakan kaedah kedudukan dan menyelesaikan PPK dengan menggunakan Pengaturcaraan Koloni Semut (PKS), kaedah Ubahsuai Romberg, dan kaedah Ubahsuai Dua langkah Simpson 3/8. Selain daripada itu, kajian ini memberi penekanan kepada PK hingga darjah kelima dan PPK peringkat pertama dengan masalah nilai awal kabur (MNA), juga PPK teritlak dalam pendekatan ACP. Kaedah-kaedah dalam kajian ini telah diuji dengan pengiraan beberapa contoh berangka. Keputusan telah menunjukkan bahawa, kaedah kedudukan mampu untuk menyelesaikan dua polinomial kabur dan sistem polinomial kabur.

Dalam kajian ini, ACP telah digunakan untuk mencari penyelesaian optimum PPK. Keputusan yang diperolehi menunjukkan bahawa kaedah ini berkesan dalam menyelesaikan PPK. Penyelesaian dalam kaedah ini adalah setara dengan penyelesaian sebenar bagi masalah. Kaedah Ubahsuai Romberg dan Ubahsuai Dua langkah Simpson 3/8 telah berjaya digunakan dalam menyelesaikan PPK dengan MNA kabur. Dapatan menunjukkan bahawa kaedah Ubahsuai Romberg memberikan ralat yang lebih kecil berbanding kaedah Piawaian Euler. Oleh itu kaedah Ubahsuai Romberg boleh memberikan penghampiran yang lebih berkesan berbanding kaedah Piawaian Euler dalam menyelesaikan PPK. Sementara itu, dengan menggunakan kaedah Ubahsuai Dua langkah Simpson 3/8, menunjukkan bahawa penyelesaian bagi PPK lebih hampir kepada penyelesaian sebenar dan ia juga memberikan keputusan yang lebih baik berbanding kaedah Runge-Kutta. Dengan kata lain, kaedah Ubahsuai Dua langkah Simpson 3/8 adalah satu daripada kaedah yang berkesan untuk menyelesaikan PPK berbanding dengan kaedah Runge-Kutta.