

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Malaysia Terengganu in fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science

MODELLING AND QUALITATIVE ANALYSIS OF AN ILLICIT DRUG MODEL WITH SATURATED INCIDENCE RATE AND RELAPSE

TAN KOK PING

2022

Main Supervisor : Associate Professor Auni Aslah Mat Daud, Ph.D

Faculty : Faculty of Ocean Engineering Technology and Informatics

Hitherto, drug abuse remains a global issue that brings various social, environmental, and economic repercussions. Numerous previous illicit drug models have assumed that the incidence rate is proportional to the number of drug users and also not included the relapse of individuals who quit using drugs. However, these assumptions are not realistic in reality. In this study, an illicit drug model with saturated incidence rate and relapse of individuals who quit using drugs is proposed and analysed qualitatively. For the modelling, the proposed model is governed by a nonlinear system of ordinary differential equations. The proposed model's basic properties, which are positivity and boundedness of solutions are proven. Besides, the basic reproduction number R_0 is derived by the next-generation matrix method. Moreover, drug-free and drug persistent equilibria are determined. If $R_0 \leq 1$, only drug-free equilibrium exists, and if $R_0 > 1$, both drug-free and drug persistent equilibria exist. Additionally, the conditions of local asymptotic stability of equilibria are established using the linearisation and Routh-Hurwitz criteria. It was found that the drug-free equilibrium is locally uniformly and asymptotically stable if $R_0 < 1$, while the drug persistent equilibrium is locally uniformly and asymptotically stable if $R_0 > 1$. As a result, the proposed model undergoes a forward transcritical bifurcation at $R_0 = 1$. Furthermore, the conditions of the global asymptotic stability of equilibria are established by using Lyapunov's second method. The drug-free equilibrium is globally uniformly and asymptotically stable if $R_0 \leq 1$ while the drug persistent equilibrium is globally uniformly and asymptotically stable if $R_0 > 1$. Thus, it is sufficient to eradicate drug epidemics when

R_0 is below unity. In addition, the differential sensitivity analysis of R_0 is carried out to facilitate decision-making for the interventions to control or eradicate the actual drug epidemics. Accordingly, some control measures that can control or eradicate drug epidemics effectively can be devised. Lastly, the numerical simulations are performed via MATLAB to verify and illustrate the analytical results and investigate the relationship between the measure of psychological or inhibitory effect and the number of drug users.

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Malaysia Terengganu
sebagai memenuhi keperluan untuk Ijazah Sarjana Sains

**PEMODELAN DAN ANALISIS KUALITATIF MODEL DADAH HARAM
DENGAN KADAR INSIDEN TEPU DAN PENGULANGAN
PENGUNAAN DADAH**

TAN KOK PING

2022

Penyelia Utama : Profesor Madya Auni Aslah Mat Daud, Ph.D

**Fakulti : Fakulti Teknologi Kejuruteraan Kelautan dan
Informatik**

Sehingga kini, penyalahgunaan dadah masih merupakan isu global yang boleh memberi kesan negatif kepada sosial, persekitaran dan ekonomi. Banyak model dadah haram terdahulu telah menganggap kadar insiden berubah secara langsung dengan bilangan pengguna dadah dan juga tidak mengambil kira pengulangan penggunaan dadah dalam kalangan individu yang berhenti menggunakan dadah. Walau bagaimanapun, dua andaian ini adalah tidak realistik. Dalam kajian ini, satu model dadah haram dengan kadar insiden tepu dan pengulangan penggunaan dadah telah diperkenalkan dan dianalisis secara kualitatif. Bagi pemodelan, model yang diperkenalkan adalah ditakluk oleh satu sistem persamaan pembezaan biasa tak linear. Sifat asas model yang diperkenalkan, iaitu kepositifan dan keterbatasan penyelesaian, telah dibuktikan. Selain itu, nilai kebolehjangkitan R_0 telah diterbitkan menggunakan kaedah 'matriks generasi seterusnya'. Di samping itu, titik keseimbangan bebas dadah dan wujud dadah telah diperolehi. Jika $R_0 \leq 1$, hanya titik keseimbangan bebas dadah wujud, dan jika $R_0 > 1$, kedua-dua titik keseimbangan bebas dadah dan wujud dadah wujud. Sementara itu, syarat kestabilan asimptot setempat titik keseimbangan telah diperolehi dengan menggunakan pelinearan dan kriteria Routh-Hurwitz. Didapati bahawa titik keseimbangan bebas dadah adalah stabil secara setempat, seragam dan asimptot jika $R_0 < 1$, manakala, titik keseimbangan wujud dadah adalah stabil secara setempat, seragam dan asimptot jika $R_0 > 1$. Hasilnya, model yang diperkenalkan menjalani bifurkasi transkritik 'ke hadapan' pada $R_0 = 1$. Seterusnya, syarat

kestabilan asimptot sejagat titik keseimbangan telah diperolehi dengan menggunakan kaedah Lyapunov kedua. Titik keseimbangan bebas dadah adalah stabil secara sejagat, seragam dan asimptot jika $R_0 \leq 1$ manakala titik keseimbangan wujud dadah adalah stabil secara sejagat, seragam dan asimptot jika $R_0 > 1$. Oleh itu, ia adalah mencukupi untuk membasmi epidemik dadah apabila R_0 lebih kecil daripada satu. Selain itu, analisis kepekaan pembezaan terhadap R_0 telah dilakukan untuk memudahkan pembuatan keputusan bagi intervensi untuk mengawal atau membasmi epidemik dadah sebenar. Oleh itu, beberapa intervensi yang berkesan untuk mengawal atau membasmi epidemik dadah dapat dirangka. Akhirnya, simulasi berangka telah dijalankan melalui MATLAB untuk mengesahkan dan menunjukkan hasil analitik serta mengkaji hubungan antara ukuran kesan psikologi atau rencatan dan bilangan pengguna dadah.