

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Malaysia Terengganu in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Science

**ON FINITE GROUPS AND SUBGROUPS WITH NEARLY S -
PERMUTABILITY TRANSITIVE RELATION**

KHALED MUSTAFA AL JAMAL

2022

Main Supervisor : Ahmad Termimi Ab Ghani, Ph.D.

**Faculty : Faculty of Ocean Engineering Technology and
Informatics**

This study consists of investigations on several concepts of subgroup properties in a finite group G . One concept is permutability (which converts to S -permutability for Sylow subgroups). Notably, Sylow permutable subgroups in a finite group play an important role in the study of a finite group. Furthermore, this study discussed several new theorems and related proofs on S -quasinormal (also referred to as Sylow permutable), nearly S -permutable, c -normal, and nearly S -permutable embedded subgroups in a finite group G . Additionally we introduce the class $NSPT$ -group, a class of all finite groups with nearly S -permutable transitive relation. More specifically, this study highlighted the subgroups, direct product of $NSPT$ -groups, and other related algebraic properties. Moreover, the relation between classes of CT - groups and NSP -groups was investigated on certain groups and some theories were proven. In general, neither c -normality implies NSP nor NSP implies c -normality, hence, this study provided several examples and properties related to these concepts. This study further discussed the maximal subgroups of Sylow p -subgroup are nearly S -permutable and whether this class coincides with the class of groups in which maximal subgroups of Sylow p -subgroups are normal in the group G . Presumably, a group G could satisfy the N_p -property if every proper subgroup of the Sylow p -subgroup of G is nearly S -permutable in G . On top of that, this study highlighted the class of solvable groups satisfying the N_p -property as well as proving their relationships with the class of $NSPT$ -groups. Besides, the results and relation between the classes of $NSPT$ -groups, N -groups were discussed. Additionally, this study introduced the class \mathfrak{E}_{ns} of all groups G whose

all p -subgroups are nearly S -permutably embedded and established some properties of \mathfrak{C}_{ns} -groups. It was also discussed facts and results between nearly S -permutable and nearly S -permutably embedded. This study also focused on the relation between \mathfrak{C}_{ns} -groups and other group classes (defined by means of nearly S -permutability).

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Malaysia Terengganu
sebagai memenuhi keperluan untuk Ijazah Doktor Sains

**KUMPULAN DAN SUBKUMPULAN TERHINGGA DENGAN HUBUNGAN
KETERPILIHATURAN -S TRANSITIF**

KHALED MUSTAFA AL JAMAL

2022

Penyelia Utama : Ahmad Termimi Ab Ghani, Ph.D.

**Fakulti : Fakulti Teknologi Kejuruteraan Kelautan dan
Informatik**

Kajian ini merangkumi penyelidikan ke atas beberapa konsep sifat subkumpulan dalam kumpulan terhingga G . Salah satu konsep adalah keterpilihaturan (yang menukarkan keterpilihaturan- S bagi subkumpulan Sylow). Subkumpulan Sylow yang dibenarkan dalam kumpulan terhingga dilihat mempunyai peranan penting dalam kajian kumpulan terhingga. Tambahan pula, kajian ini membincangkan beberapa teorem baharu dan bukti berkaitan quasinormal- S (juga dirujuk sebagai terpilihatur-Sylow), semiterpilihatur- S , normal- c , dan subkumpulan semiterpilihatur- S terbenam dalam kumpulan terhingga G . Pengkaji turut memperkenalkan kelas kumpulan- $NSPT$, iaitu kelas bagi semua kumpulan terhingga dengan hubungan transitif semiterpilihatur- S . Secara khususnya, kajian ini memberi penekanan kepada subkumpulan, produk langsung kumpulan- $NSPT$, dan sifat algebra lain yang berkaitan. Selain itu, hubungan di antara kelas kumpulan- CT dan kumpulan- NSP telah diselidik ke atas kumpulan tertentu dan beberapa teori telah dapat dibuktikan. Secara umumnya, normaliti- c tidak membayangkan NSP dan NSP juga tidak membayangkan normaliti- c . Maka, kajian ini memberikan beberapa contoh dan sifat yang berkaitan konsep-konsep ini. Seterusnya, kajian ini membincangkan bahawa subkumpulan maksimum bagi subkumpulan- p Sylow adalah semiterpilihatur- S . Kajian turut melihat kesesuaian kelas ini dengan kelas kumpulan lain, di mana subkumpulan- p Sylow yang maksimum adalah normal dalam kumpulan G . Dapat disimpulkan bahawa kumpulan G dapat memenuhi sifat- N_p jika setiap subkumpulan- p Sylow dalam kumpulan G adalah semiterpilihatur- S . Di samping itu, kajian ini menekankan kelas kumpulan yang boleh diselesaikan yang

memenuhi sifat- N_p dan membuktikan hubungan mereka dengan kelas kumpulan- $NSPT$. Selain itu, hasil kajian dan hubungan di antara kelas kumpulan- $NSPT$ dan kumpulan- N telah dibincangkan. Kajian ini turut memperkenalkan kelas \mathfrak{C}_{ns} kepada semua kumpulan G , di mana setiap subkumpulan- p adalah semiterpilihatur- S terbenam dan beberapa sifat kumpulan- \mathfrak{C}_{ns} telah dibangunkan. Fakta dan hasil kajian di antara semiterpilihatur- S dan semiterpilihatur- S terbenam telah dibincangkan. Kajian ini juga memfokuskan hubungan di antara kumpulan- \mathfrak{C}_{ns} dengan kelas kumpulan lain (ditakrifkan dengan kaedah semiterpilihatur- S).