PENENTUAN [illegible] [illegible] DAN [illegible]
DERIVATIF MENGGUNAKAN
KAMIRAN ROMBERG

NOR SHUHADA YASIN

FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU
2009

PENENTUAN KADAR FAEDAH DAN HARGA DERIVATIF MENGGUNAKAN KAMIRAN ROMBERG

Oleh
Nor Shuhada binti Yasin

Projek Ilmiah Tahun Akhir ini disediakan untuk memenuhi sebahagian keperluan bagi Ijazah Sarjana Muda Sains (Matematik Kewangan)

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU
2009

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B

Adalah ini diakui dan disahkan bahawa laporan penyelidikan bertajuk PENENTUAN KADAR FAEDAH DAN HARGA DERIVATIF MENGGUNAKAN KAMIRAN ROMBERG oleh NOR SHUHADA BINTI YASIN. No. Matriks: UK 14063 telah diperiksa dan semua pembetulan yang disarankan telah dilakukan. Laporan ini dikemukakan kepada Jabatan Matematik sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan memperolehi Ijazah Sarjana Muda Sains Matematik Kewangan, Fakulti Sains dan Teknologi, UMT.

Disahkan oleh:

....

Penyelia Utama

Nama: PROF. DR. HJ ISMAIL BIN MOHD

Cop Rasmi: Pensyarah
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

Tarikh: 04-05-2009

....

Ketua Jabatan Matematik

Nama: DR. HJ. MUSTAFA BIN MAMAT

Cop Rasmi: Ketua
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

Tarikh: 5/5/2009

PENGAKUAN

Saya mengakui Projek Ilmiah Tahun Akhir yang bertajuk Penentuan Kadar Faedah Dan Harga Derivatif Menggunakan Kaedah Kamiran Romberg adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

Tandatangan :..............................
Nama : Nor Shuhada Binti Yasin
No. Matrik : UK14063
Tarikh :...4 MEI 2009....

PENGHARGAAN

Syukur ke hadrat Illahi dengan limpah kurnianya, Projek Ilmiah Tahun Akhir ini dapat disiapkan dalam tempoh yang ditetapkan.

Terlebih dahulu saya ingin merakamkan jutaan terima kasih kepada Prof. Dr. Ismail bin Mohd kerana telah banyak memberi tunjuk ajar dalam menyiapkan projek ini. Tidak lupa juga kepada kedua ibubapa saya yang banyak memberi dorongan serta semangat yang tak terhingga sehingga dapat saya siapkan projek ini.

Sekalung penghargaan juga kepada teman seperjuangan dalam memberi buah fikiran untuk menyiapkan projek ini. Terima kasih juga diucapkan kepada semua yang terlibat dalam menyiapkan projek ini samada secara langsung atau tidak langsung dalam menjayakan projek ini. Semoga segala pengorbanan dan pertolongan kalian diredhai Allah s.w.t.

Sekian, terima kasih.

PENENTUAN KADAR FAEDAH DAN HARGA DERIVATIF MENGGUNAKAN KAMIRAN ROMBERG

ABSTRAK

Perkembangan derivatif amat ketara dalam pasaran kewangan. Derivatif merupakan satu alat kewangan yang menyediakan tanpa bayaran (*payoff*) bergantung kepada nilai alat kewangan yang lain seperti bon. Dalam melaksanakan kajian ini, terdapat beberapa permasalahan yang perlu diselesaikan iaitu menentukan kadar faedah dan harga derivatif. Tujuan kajian ini dijalankan adalah untuk menyelesaikan kadar faedah dan menetapkan harga derivatif. Kajian ini menggunakan kaedah kamiran romberg supaya kadar faedah dan harga derivatif dapat ditentukan. Kaedah Kamiran Romberg merupakan kaedah yang menggunakan petua Gabungan Trapezium untuk memberi permulaan penghampiran dan kemudian menggunakan proses penentu luaran Richardson untuk menambahkan penghampiran. Kajian ini menentukan kadar faedah dan harga derivatif mengikut formula Feyman-Kac. Dalam kajian ini, persamaan bagi kadar faedah dapat diperoleh dan nilainya menghampiri nilai dalam data. Kajian ini penting dalam menyelesaikan kadar faedah dan menetapkan harga derivatif. Hal ini kerana, apabila harga derivatif diketahui, pelabur dapat mengetahui kadar faedah yang dikenakan ke atas setiap jualan derivatif tersebut.

INTEREST RATE AND DERIVATIVE PRICING USING ROMBERG INTEGRATION

ABSTRACT

The development of derivative is too conspicuous in financial market. Derivative is represent a financial instrument that provide payoff depend on the other value of financial instrument. One of example financial instrument is a bond. In doing this project, there are several problem need to solve, that is, interest rate and derivative pricing. The objective of this project is to determine the interest rate and price of derivative. This project use Romberg Integration method so that interes rate and price of derivative determined. Romberg Integration method uses the Composite Trapezoidal rule to give preliminary approximation and then applies the Richardson extrapolation process to improve the approximations. This project determine interest rate and price of derivative using Feyman-Kac formula. In this project, the equation of interest rate is known and it's value approximate the value in the data. This project is important to solve interest rate and price of derivative. This is because when the price of derivative known, the investor can know the interest rate to each derivative.

KANDUNGAN

SENARAI JADUAL

SENARAI SIMBOL

SIMBOL

r	Kadar Faedah
t	Jangka masa 0
μ	Kehanyutan
σ	Kemeruapan
dw_t	Proses Wiener
p	Harga Bon
T	Tempoh Matang
s	Harga Saham
Π	Pi
Σ	Jumlah
$\int$	Kamiran

SENARAI LAMPIRAN

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Derivatif berkembang dengan ketara dalam pasaran kewangan. Derivatif merupakan satu alat kewangan yang menyediakan tanpa bayaran (*payoff*), mengikut Kristensen.D.(2008), bergantung kepada nilai alat kewangan yang lain seperti harga komoditi, bon dan harga saham atau nilai indek pasaran. Terdapat beberapa jenis derivatif iaitu opsyen, kontrak masa hadapan dan kontrak ke depan (*futures and forwards*), serta pertukaran (*swap*).

Opsyen ialah satu kontrak yang menyediakan samada untuk membeli atau menjual pada harga pukulan (*strike*) atau harga penyetekan (*exercise*). Terdapat dua opsyen iaitu opsyen panggilan (*call option)* dan opsyen letakan (*put option*). Opsyen panggilan (*call option)* membolehkan pemegang membeli aset pada harga yang telah ditetapkan yang dikenali sebagai harga pukulan (*strike price*) iaitu pada atau sebelum tarikh matang yang ditetapkan. Opsyen letakan (*put option*) pula membolehkan pemegang menjual aset pada harga pukulan iaitu pada atau sebelum tarikh matang.

Satu opsyen yang dibeli dalam kontrak jangka pendek pada harga pukulan. Kajian ini menggunakan opsyen European. Opsyen european hanya membenarkan pemegang membeli dan menjual pada tarikh matang.

Kontrak masa hadapan (*futures contracts*) pula ialah satu serahan aset pada tarikh yang tertentu atau matang bagi harga yang telah dipersetujui dikenali sebagai harga masa hadapan. Pedagang yang menyatakan untuk membeli aset pada tarikh serahan adalah satu keadaan yang panjang (*long position*). Manakala pedagang yang mengambil keadaan yang singkat (*short position*) menyerahkan aset pada kontrak matang. Kontrak masa hadapan (*futures*) melibatkan kos perjanjian perdagangan yang agak rendah dan risiko hutang.

Kontrak ke depan (*forwards*) pula adalah biasanya diperlukan oleh klien tertentu. Kontrak ke depan (*forwards*) dijual atas kaunter (OTC) dan biasanya selesai pada tamat tempoh kontrak. Pedagang memerlukan bahagian kaunter untuk menempatkan cagaran dalam kontrak ke depan (*forwards*) dan derivatif OTC lain dalam satu amaun yang menggambarkan nilai semasa. Cagaran tidak sepenuhnya melindungi pedagang, walaubagaimanapun, nilai derivatif boleh berubah dengan cepat. Pedagang derivatif mesti mempunyai sistem kawalan luaran yang lebih baik untuk memantau perubahan nilai derivatif dan cagaran penempatan oleh bahagian kaunter. Pedagang derivatif juga menggunakan perjanjian untuk mendapat untung bersih yang mana aliran tunai bersih atas semua kontrak antara pedagang bagi mengurangkan risiko hutang.

Pertukaran (*swaps*) merupakan lanjutan kepada kontrak ke depan (*forwards*). Pasaran pertukaran (*swaps*) adalah komponen yang besar dalam pasaran derivatif. Kontrak pertukaran (*swaps*) mewajibkan untuk membayar dan menerima aliran tunai di antara hari ini dan tarikh matang pertukaran (*swaps*). Harga kecairan pertukaran (*swaps*) bergantung kepada aset yang ditukarkan.

Alat kewangan yang lain seperti bon bersandar pada derivatif. Bon ialah satu alat hutang yang diterbitkan oleh peminjam kepada pelabur yang merupakan pembeli bon dan pemberi pinjam wang untuk tempoh lebih daripada satu tahun dengan tujuan meningkatkan modal atau harta yang terkumpul oleh pinjaman. Sebagai balasan kepada pelabur itu, penerbit bersetuju membayar faedah tetap kepada pemegang bon bagi sepanjang tempoh pinjaman dan memulangkan jumlah nilai asal yang dipinjam apabila sampai tarikh matang. Walau bagaimanapun, pembeli tidak perlu memegang bon sehingga matang dan boleh menjualnya pada bila-bila masa sebelum tarikh matang sekiranya ingin berbuat demikian. Oleh itu, bon merupakan aset boleh dagang iaitu boleh dijual atau dibeli antara pelabur. Oleh sebab sifat bon yang boleh didagangkan, pelabur melabur dalam bon. Pelabur melabur dalam bon kerana pendapatan yang stabil daripada kupon, jumlah amaun asal pinjaman terjaga dan mempunyai peluang untuk memperoleh modal. Bon memberi pulangan yang tinggi berbanding tabungan dan simpanan tetap.

Bon biasanya dikeluarkan oleh kerajaan dan syarikat untuk memperoleh modal. Apabila sesuatu bon diterbitkan, ia bermaksud kerajaan atau syarikat meminjam sejumlah wang yang ditetapkan daripada pelabur bagi tempoh yang ditetapkan. Kebanyakannya bon dibeli oleh institusi kewangan, syarikat besar dan syarikat pengurusan aset. Contohnya dana pencen, insurans atau dana unit amanah. Pelabur perseorangan atau runcit biasanya tidak terlibat dalam pasaran bon kerana bon biasanya dijual atas kaunter (OTC) dalam jumlah yang banyak. Walaubagaimanapun, pelabur perseorangan boleh melabur dalam bon secara tidak langsung dengan melabur dalam dana bon.

Bon dikelaskan mengikut tempoh matangnya seperti jangka pendek, jangka sederhana atau jangka panjang. Walaubagaimanapun, hutang sekuriti jangka pendek, jangka sederhana atau jangka panjang berbeza dari segi definisi. Sesetengah orang memberikan hutang sekuriti jangka pendek sebagai hutang sekuriti yang mencapai tempoh matang satu, tiga, atau enam bulan, biasanya kurang dari satu tahun. Bon jangka sederhana pula mencapai tempoh matang antara satu hingga tujuh tahun, manakala bon jangka panjang, seperti bon kerajaan, mencapai tempoh matang sehingga 30 tahun. Terdapat definisi lain yang mengelaskan bon jangka pendek sebagai bon yang tempoh matangnya satu hingga lima tahun, manakala bon jangka sederhana adalah antara lima hingga 12 tahun, dan bon jangka panjang pula lebih daripada 12 tahun.

Dalam kajian ini, tarikh matang merupakan tarikh jumlah yang dipinjam perlu dibayar balik, kadar bayaran faedah yang ditetapkan atau kadar kupon pula adalah kadar tetap walaupun faedah boleh dibayar atas kadar terapung menurut formula yang dipersetujui dan nilai tara boleh ditebus apabila matang.

Seterusnya, dagangan pertama dilakukan dipasaran utama apabila penerbit menawarkan terbitan baru. Wang yang diperoleh daripada jualan akan terus diberikan kepada penerbit bon untuk kegunaannya. Selepas jualan dipasaran, bon boleh dijual beli dikalangan pelabur lain. Ini dikenali sebagai pasaran sekunder. Pasaran sekunder memberikan kecairan kepada pembeli bon dan boleh menjual bon sebelum tarikh matang sekiranya mereka mahu berbuat demikian. Dagangan bon dalam pasaran sekunder membentuk harga pasaran bon yang bergantung kepada faktor permintaan dan penawaran, dan penawaran kadar faedah yang lazim. Apabila harga bon kurang daripada nilai tara, bon tersebut akan dijual pada harga diskaun manakala apabila harga pasaran bon lebih daripada nilai taranya, maka bon itu dijual pada harga premium. Pasaran sekunder memainkan peranan penting kerana pelabur yang membeli bon dipasaran utama mengetahui bahawa terdapat cara untuk menjual bon mereka. Selain itu, pasaran sekunder memberi ukuran kepada penerbit untuk menentukan harga terbitan utama.

Terdapat agensi penarafan bebas yang tidak terikat kepada mana-mana syarikat penerbit bon yang menganalisis risiko kredit bon dan memperuntukkan skala penarafan untuk kepentingan pelabur. Penarafan kredit ialah objektif dan pendapat saksama pihak ketiga terhadap kemampuan dan kesanggupan penerbit bon untuk membuat bayaran penuh dan tepat masanya bagi nilai asal dan faedah pada masa hayat bon itu. Penarafan diberi dalam bentuk simbol penarafan piawai, dan dibuat untuk menarafkan dalam lingkungan rangka kerja konsisten, tahap risiko, mungkir bon tertentu berbanding bon dipasaran. Harga bon bersamaan dengan nilai kini bagi bon yang akan datang dicampur dengan nilai kini penebusan.

Pengelasan bon pula boleh dikelaskan dengan cara yang berbeza. Cara pengelasan yang pertama ialah perbezaan di antara bon tumpukan yang faedahnya boleh dibayar secara berkala. Bon tumpukan ialah bon yang harga penebusan merangkumi amaun pinjaman asal campur kesemua faedah yang tertumpuk. Contoh bon jenis ini ialah Bon Simpanan Siri E yang dikeluarkan oleh kerajaan Amerika Syarikat. Akan tetapi, dalam praktis, kebanyakan bon mempunyai faedah yang boleh dibayar secara berkala.

Pengelasan yang kedua adalah perbezaan di antara bon berdaftar dengan bon tidak berdaftar. Bon yang berdaftar ialah bon yang mencatat nama pemberi pinjaman di dalam rekod pinjaman. Jika pemberi bercadang menjual bonnya maka pertukaran pemilikan perlu dilaporkan kepada peminjam. Bayaran faedah berkala dibayar oleh peminjam pada setiap tarikh pembayaran faedah pemilik bon yang direkodkan. Manakala bon tidak berdaftar adalah bon yang nama pembeli tidak dicatatkan didalam rekod pinjaman. Oleh sebab bon tersebut menjadi kepunyaan sesiapa sahaja yang mempunyai hak yang sah ke atasnya, maka bon yang tidak berdaftar biasanya dinamakan sebagai bon pembawa. Bon tidak berdaftar selalunya disertakan dengan kupon. Kupon tersebut yang merupakan bayaran faedah berkala, boleh ditinggalkan oleh pemegang bon untuk ditunaikan. Atas alasan ini, maka bon ini selalunya dikenali bon kupon.

Pengelasan yang ketiga dibuat berdasarkan jenis sekuriti yang terdapat pada sesuatu bon. Bon gadai janji adalah bon yang disandarkan dengan gadai janji ke atas harta nyata. Bon debentur pula disandarkan hanya dengan kredit umum peminjam. Terdapat perbezaan diantara kedua-dua jenis bon yang utama ini. Pada umumnya bon gadai janji mempunyai darjah jaminan yang lebih tinggi daripada bon debentur kerana pemberi pinjaman boleh merampas sandaran yang dikemukakan jika peminjam gagal memenuhi janjinya.

Dalam pelaburan bon terdapat beberapa risiko. Antaranya adalah risiko kredit dan risiko kadar faedah. Risiko kredit ialah risiko penerbit akan mungkir iaitu tidak dapat membayar kupon atau sebahagian daripadanya, atau tidak dapat membayar jumlah amaun asal pada tarikh matang. Bon juga dikelaskan mengikut jenis penerbit, sebagai contoh, bon terbitan kerajaan dipanggil bon kerajaan, manakala bon diterbitkan oleh syarikat dinamakan bon korporat. Bon terbitan kerajaan dari negara yang berekonomi kukuh dianggap kurang berisiko. Demi kepentingan negara, bon terbitan kerajaan perlu membayar kupon dan jumlah amaun asal supaya kewibawaan kerajaan terus kukuh dan dapat menjana modal melalui terbitan bon pada masa akan datang.

Pemegang bon juga terdedah kepada risiko kadar faedah jika dia menjual atau membeli bon sebelum tarikh matang. Kadar faedah memberi kesan songsang kepada bon iaitu apabila kadar faedah naik, harga bon akan jatuh manakala apabila kadar faedah jatuh, harga bon akan naik. Oleh itu, bon jangka pendek akan cepat matang dan kurang dipengaruhi oleh pergerakan dalam kadar faedah tetapi bayaran pulangannya adalah rendah. Manakala bon jangka panjang pula tertakluk kepada risiko kadar faedah yang besar tetapi membayar pulangan yang tinggi.

1.2 Latar Belakang Kajian

Kajian ini dijalankan untuk menentukan kadar faedah sesuatu derivatif yang bersandar kepada bon. Kajian ini juga dijalankan untuk menetapkan harga derivatif tersebut. Dalam kajian ini, derivatif bersandar pada harga bon bagi mengetahui kadar faedah yang dikenakan. Oleh itu, para pelabur dapat mengetahui kadar faedah yang dikenakan apabila harga derivatif bersandar pada bon dapat diselesaikan.

1.3 Penyataan Masalah

Dalam melaksanakan kajian ini terdapat beberapa permasalahan yang dapat diselesaikan menggunakan kaedah kamiran romberg. Kaedah kamiran romberg dapat menyelesaikan harga derivatif. Selain itu, masalah untuk menentukan kadar faedah juga dapat diselesaikan.

1.4 Objektif Kajian

Terdapat dua objektif kajian iaitu:

(i) menyelesaikan kadar faedah menggunakan analisis berangka iaitu kaedah kamiran romberg.

(ii) Menetapkan harga derivatif menggunakan kaedah kamiran romberg.

1.5 Batasan Kajian

Kajian ini hanya tertumpu pada kadar faedah. Namun begitu, harga derivatif yang bersandar pada bon juga perlu diketahui untuk mendapatkan kadar faedah pada tempoh tertentu.

1.6 Kepentingan Kajian

Kajian ini penting dalam menyelesaikan kadar faedah dan menetapkan harga derivatif. Apabila harga derivatif diketahui, pelabur dapat mengetahui kadar faedah yang dikenakan ke atas setiap jualan derivatif tersebut.

BAB 2

SOROTAN KAJIAN

Dalam proses menyiapkan kajian ini, beberapa jurnal telah dikaji. Sorotan kajian ini dapat dijadikan panduan dan maklumat tambahan dalam melengkapkan Projek Ilmiah Tahun Akhir ini.

Jurnal pertama yang bertajuk ''*The arbitrage-free pricing of average interest rate options: A General Approach*'' (2001) oleh Geoge Chacko dan Sanjiv R.Das. Kajian ini telah membincangkan model penentuan analitik umum bagi purata opsyen kadar faedah. Kaedah yang digunakan sangat umum dan dapat menentukan piawai panggilan Asia (*Asian calls*). Model ini digunakan untuk mengelak risiko kadar faedah dalam tempoh yang panjang.

Selain itu, jurnal yang bertajuk ''*Pricing Interest Rate Derivatives*'' (2000) oleh George Chacko dan Sanjiv Das. Kajian ini membincangkan hubungan di antara proses stokastik dan persamaan penentuan harga bon. Jurnal ini juga mengkaji tentang hubungan harga bon dan kadar faedah sekuriti derivatif.

Selain itu, jurnal yang bertajuk ''*Pricing American Bond Options Under A General Class Of Votality Structures*'' (2003) oleh Carl Chiarella dan Nadima El-Hassan. Jurnal ini membincangkan tentang opsyen bon Amerika yang mana kadar kemeruapan masa hadapan adalah fungsi masa matang dan beberapa kadar faedah. Kajian ini menggunakan kaedah berangka untuk menyelesaikan sebahagian persamaan pembezaan.

Di samping itu, jurnal yang bertajuk''*Interest Rate Models*'' (2002) oleh Cheyette.O. Jurnal ini membincangkan model kadar faedah adalah kebarangkalian pemerihalan masa hadapan terhadap kadar faedah. Sekuriti analisis kuantitatif dengan kadar aliran tunai yang memerlukan model untuk mencari nilai kini yang tidak pasti. Semua alat kewangan mempunyai kadar faedah aliran tunai.

Seterusnya, jurnal ini bertajuk " *Pricing Interest Rate Derivatives In A Non-Parametric Two-Factor Term-Structure Model*" (1999) oleh John Knight, Fuchun Li, dan Mingwei Yuan. Jurnal ini membincangkan tentang fungsi resapan dalam bentuk model struktur dinilai berdasarkan ketidakpastian terhadap pergerakan harga pada masa hadapan dan berkaitan dengan risiko pemegang sekuriti kewangan. Fungsi resapan adalah kritikal dalam penentuan opsyen dan sekuriti derivatif lain. Secara bandingan kepada model dua-faktor berparameter piawai, satu model dua-faktor bukan-berparameter piawai yang tidak menggunakan sekatan ke atas bentuk fungsi daripada fungsi resapan. Model ini membenarkan kelenturan(*flexibility*) maksimum apabila fungsi bersesuaian dengan data yang digunakan. Langkah penentuan bukan-berparameter adalah dikembangkan dengan menganggar fungsi resapan berdasarkan pemerhatian sampel diskret. Sifat penumpuan dan taburan asimtot daripada fungsi resapan penganggaran bukan-berparameter dengan kepelbagaian dimensi. Dalam kajian ini, terdapat dua kaedah yang digunakan iaitu persamaan pembezaan separa dan simulasi Monte Carlo.

BAB 3

METODOLOGI

3.1 Model Kajian

Kajian ini menggunakan kaedah Kamiran Romberg. Kaedah ini akan menyelesaikan bon terlebih dahulu dan diikuti derivatif. Dalam kajian ini mengandaikan r_t sebagai kadar faedah dalam jangka pendek pada masa $t \geq 0$. Andaikan bahawa $dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)dw_t$ iaitu μ ialah hanyutan dan σ ialah kemeruapan. Manakala, r_t adalah kadar faedah dan dw_t adalah proses Wiener. Katakan $p(t,r)$ menjelaskan harga pada masa t dari sekuriti matang selepas tempoh masa T.

$$p(t,r) = E_{t,r}^{Q}\left[exp\left[-\int_t^T r_s\, ds\right]\right]$$

Ini adalah penyelesaian am Feyman-Kac. Peningkatan frekuensi dalam jangka masa pendek menyebabkan harga bon jatuh.

Katakan $p_t = p(t,r)$ harga bon pada masa t, dan seimbangkan satu derivatif terhadap bon ini. Derivatif tamat apabila hasil $S < T$. Harga diberi sebagai

$$\Pi(t,r) = E_{t,r}^{Q}\left[\exp\left[-\int_t^S r_s\, ds\right] b(p_s)\right], \quad \text{di mana } b(p_s) = p(t,r)$$

3.2 Kaedah Penyelesaian

Kajian ini menggunakan kaedah kamiran romberg. Kajian kamiran romberg menggunakan petua Gabungan Trapezium (*Composite Trapezoidal*) untuk memberi permulaan penghampiran dan kemudian menggunakan proses penentu luaran Richardson untuk menambahkan penghampiran. Penentu luaran Richardson boleh ditunjukkan oleh sebarang prosedur penghampiran dari bentuk

$$M - N(h) = K_1 h + K_2 h^2 + \cdots + K_n h^n,$$

yang mana $K_1, K_2, \dots, K_n$ adalah tetap dan $N(h)$ adalah penghampiran untuk nilai M yang tak diketahui.

Untuk memulakan kamiran romberg, petua Gabungan Trapezium (*Composite Trapezoidal*) digunakan untuk penghampiran kamiran fungsi f pada selang kelas $[a, b]$ menggunakan m sub-selang kelas iaitu

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\sum_{j=1}^{m-1} f(x_j)\right] - \frac{(b-a)}{12} h^2 f''(\mu),$$

yang mana $a < \mu < b$, $h = (b-a)/m$ dan $x_j = a + jh$, bagi setiap $j = 0,1, \dots, m$. Katakan n menjadi integer positif. Langkah pertama dalam proses Romberg mendapati petua penghampiran gabungan trapezium (*Composite Trapezoidal*) dengan $m_1 = 1, m_2 = 2, m_3 = 4, \dots$ dan $m_n = 2^{n-1}$.

Saiz langkah $h_k = \frac{(b-a)}{m_k} = \frac{(b-a)}{2^{k-1}}$, $k = 1,2,\dots,n$

Dengan petua trapezium (*trapezoidal*) menjadi,

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h_k}{2}\left[f(a) + f(b) + 2\left(\sum_{i=1}^{2^{k-1}-1} f(a + ihk)\right)\right] - \frac{(b-a)}{12} h_k^2 f''(\mu k), \quad (3.1.1)$$

dimana, bagi setiap k, μ_k adalah beberapa bilangan dalam $[a, b]$.

Jika $R_{k,1}$ diperkenalkan untuk menandakan bahagian daripada persamaan (3.1.1) digunakan bagi penghampiran trapezium (*trapezoidal*), kemudian

$$R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[f(a) + f(b)] = \frac{(b-a)}{2}[f(a) + f(b)]$$

$$R_{2,1} = \frac{h_1}{2}\left[f(a) + f(b) + 2f\left(a + \frac{(b-a)}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{(b-a)}{4}\left[f(a) + f(b) + 2f\left(a + \frac{(b-a)}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}[R_{1,1} + h_1 f(a + h_2)]$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\{R_{2,1} + h_2[f(a + h_3) + f(a + 3h_3)]\}$$

dan, secara umumnya,

$$R_{k,1} = \frac{1}{2}\left[R_{k-1,1} + h_{k-1}\sum_{i=1}^{2^{k-2}} f(a + (2i-1)h_k)\right] \quad \text{bagi setiap} \quad k = 2,3,\dots,n$$

Oleh itu, $R_{k,1}$ bagi penghampiran trapezoidal adalah

$$R_{k,j} = R_{k,j-1} + \frac{R_{k,j-1} - R_{k-1,j-1}}{4^{j-1} - 1}$$

bagi setiap $k = 2, 3, 4, \dots, n$ dan $j = 2, \dots, k$.

Keputusan yang dihasilkan daripada formula ini adalah ditunjukkan dalam Jadual 3.1.

Jadual 3.1: Kamiran Romberg

$R_{k,1}$				
$R_{2,1}$	$R_{2,2}$			
$R_{3,1}$	$R_{3,2}$	$R_{3,3}$		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	
$R_{n,1}$	$R_{n,2}$	$R_{n,3}$	$\cdots$	$R_{n,n}$

Dalam kajian ini, kaedah Kamiran Romberg dikira sehingga $R_{6,6}$.

BAB 4

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

4.1 Penyediaan Data

Data kajian ini diperoleh melalui laman web www.global-derivatives.com. Dalam kajian ini, tempoh matang derivatif diambil daripada data ini. Data ini dijadikan sebagai rujukan untuk melaksanakan kajian ini. Pengiraan kaedah Kamiran Romberg menggunakan formula Feyman-Kac supaya objektif kajian ini dapat dicapai.

4.2 Analisis Data

Data yang digunakan bermula 1 Jun 2001 sehingga 1 Disember 2001 yang akan matang dalam tempoh 6 bulan atau 0.499 tahun. Data ini telah menentukan nilai kadar faedah dan harga derivatif. Tempoh harga saham, s yang mana tempoh ini tidak akan melebihi tempoh matang bon iaitu 5 bulan atau 0.417. Derivatif ini ditentukan berdasarkan Opsyen Eropah kerana menjual atau membeli apabila matang.

4.3 Mengenalpasti persamaan

Formula Feyman-Kac $p(t,r) = E_{t,r}^{Q}\left[exp\left[-\int_t^T r_s\, ds\right]\right]$ bagi menentukan kadar faedah(r) sangat umum. Oleh itu, satu persamaan bagi kadar faedah(r) ditentukan iaitu

$r = \sin(s)$. Di sini $f(s) = r(s)$. Persamaan ini dapat menentukan kadar faedah seperti yang terdapat dalam data

4.4 Penentuan Kadar Faedah

Persamaan kadar faedah iaitu $\int_0^{0.499} \sin(s)ds$. Tempoh matang selama 6 bulan iaitu 0.4999 tahun. Tempoh ini merupakan nilai had bagi $a = 0$ dan $b = 0.499$, maka $h_k = \frac{b-a}{m_k} = \frac{b-a}{2^{k-1}}$ iaitu $h_1 = \frac{b-a}{2^{1-1}}$ diperoleh.

Maka hasil bagi $R_{1,1}$ adalah $R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[f(a) + f(b)] = \frac{(b-a)}{2}[f(a) + f(b)]$. Nilai $a = 0$ dan $b = 0.499$ dimasukkan dalam persamaan iaitu, $f(a)$ dan $f(b)$. Seterusnya h_2 dan $h_{3,}$ diperkecil sebanyak setengah sehingga masing-masing diperoleh $h_2 = \frac{0.499-0}{2^1} = 0.2495$ dan $h_3 = \frac{0.499-0}{2^2} = 0.12475$ sehingga h_6.

Setelah itu, Kamiran Romberg ini dikira sehingga $R_{6,6}$. Bagi $R_{2,1}, R_{3,1}, R_{4,1}$ $R_{5,1}$, dan $R_{6,1}$ terdapat formula am yang digunakan iaitu
$R_{k,1} = \frac{1}{2}\left[R_{k-1,1} + h_{k-1}\sum_{i=1}^{2^{k-2}} f(a + (2i-1)h_k)\right]$, yang mana
$\sum_{i=1}^{2^{k-2}} f(a + (2i-1)h_k)$ dikira sehingga $i = 1, \dots, 2^{k-2}$. Begitu juga dengan $2i - 1$ dikira sehingga $i = 1, \dots, 2^{k-2}$ seperti persamaan dibawah:

$$R_{2,1} = \frac{h_1}{2}\left[f(a) + f(b) + 2f\left(a + \frac{(b-a)}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{(b-a)}{4}\left[f(a) + f(b) + 2f\left(a + \frac{(b-a)}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}[R_{1,1} + h_1 f(a + h_2)]$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\{R_{2,1} + h_2[f(a + h_3) + f(a + 3h_3)]\}$$

dan secara amnya,

$$R_{k,1} = \frac{1}{2}\left[R_{k-1,1} + h_{k-1}\sum_{i=1}^{2^{k-2}} f(a + (2i-1)h_k)\right] \quad \text{bagi setiap} \quad k = 2,3,\ldots,6$$

Manakala bagi $R_{k,j}$ dikira menggunakan rumus $R_{k,j} = R_{k,j-1} + \frac{R_{k,j-1} - R_{k-1,j-1}}{4^{j-1}-1}$ bagi setiap k = 2, 3, 4, ... ,6 dan j = 2, ... , 6. Setiap keputusan dalam Kamiran Romberg ini dirumuskan seperti Jadual 4.1 di bawah.

Jadual 4.1: Penyelesaian Kadar Faedah Menggunakan Kamiran Romberg

0.11939766					
0.12130524	0.12194110				
0.12178027	0.12193862	0.12193845			
0.12189891	0.12193846	0.12193845	0.12193845		
0.12192857	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845	
0.12193598	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845

Kadar faedah diambil bagi nilai $R_{6,6}$ = 0.12193845 atau dalam peratus adalah 12.24% atau 12%. Kadar faedah ini ditentukan daripada awal tempoh sehingga mencapai tempoh matang. Kadar faedah ini adalah tetap sehingga tempoh matang. Kadar faedah mempengaruhi harga bon dan harga opsyen. Jika kadar faedah meningkat, maka peluang untuk membeli opsyen juga meningkat.

Oleh itu, tempoh masa bagi bon daripada mula diterbitkan sehingga mencapai tempoh matang amat mempengaruhi dalam menentukan kadar faedah ini. Kadar faedah perlu diketahui oleh individu yang membuat pelaburan agar tidak mengalami kerugian semasa menjual atau membeli bon.

4.5 Penetapan Harga Derivatif

Derivatif atau opsyen diperoleh selepas mengetahui harga bon, $b(p_s)$, iaitu \$0.8852. Harga bon $b(p_s)$, diperoleh daripada persamaan $p(t,r)$ di atas selepas mengetahui kadar faedah. Bagi meneruskan kajian ini, had bagi harga saham,s perlu ditentukan. Dalam kajian ini, tempoh bagi harga saham,s adalah $s = 0.417$ iaitu $\int_0^{0.417} \sin(s)ds$. Tempoh yang diambil adalah selama 5 bulan iaitu 0.417 tahun kerana kebiasaanya harga saham ditentukan 1 bulan sebelum mencapai tempoh matang. Had bagi nilai $a = 0$ dan $b = 0.417$.

Langkah–langkah pengiraan bagi derivatif ini adalah sama dengan pengiraan bagi menentukan kadar faedah. Namun begitu, had bagi a dan b adalah berbeza dengan had yang ditentukan kadar faedah. Daripada persamaan (1),

$$\Pi(t,r) = E_{t,r}^{Q}\left[\exp\left[-\int_t^S r_s\, ds\right] b(p_s)\right],\quad \text{iaitu } b(p_s) = p(t,r).$$

(1)

Keputusan derivatif menggunakan tempoh masa bagi harga saham ini dirumuskan seperti jadual dibawah.

Jadual 4.2: Derivatif

0.08444654					
0.08538123	0.08569279				
0.08561427	0.08569195	0.08569189			
0.08567249	0.08569189	0.08569189	0.08569189		
0.08568704	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189	
0.08569068	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189

Maka harga opsyen atau derivatif diperoleh iaitu $0.8125. Harga ini diperoleh daripada hasil darab $b(p_s) = p(t,r)$ dan $\exp\left[\int_0^{0.417} sin(s)ds\right]$ seperti persamaan (1). Berdasarkan data, harga semasa saham,*s* menunjukkan nilainya lebih kecil daripada harga pukulan (*strike price*),K. Ini bermakna pelabur boleh menjual sahamnya apabila mencapai tempoh matang iaitu $K - s_T$.

Harga derivatif diambil daripada nilai $R_{6,6}$ = 0.8569189. Kadar faedah ini ditentukan daripada awal tempoh sehingga mencapai tempoh matang. Kadar faedah ini adalah tetap sehingga tempoh matang. Kadar faedah mempengaruhi harga bon dan harga opsyen. Jika kadar faedah meningkat, maka peluang untuk membeli opsyen juga meningkat.

BAB 5

KESIMPULAN DAN CADANGAN

5.1 Kesimpulan

Kaedah Kamiran Romberg adalah satu kaedah numerikal yang menggunakan rumus trapezium. Kaedah ini menggunakan teknik extrapolasi Richardson bagi menjadikan kaedah ini lebih jitu.

Dalam kajian ini, kaedah Kamiran Romberg digunakan bagi menentukan kadar faedah dan harga derivatif. Data yang diambil dikira menggunakan kaedah ini. Kaedah ini menentukan penghampiran kamiran daripada satu fungsi, f mengikut had yang dikehendaki iaitu $[a,b]$.

Oleh yang demikian, kaedah ini sesuai digunakan dalam kajian ini. Had yang digunakan berdasarkan tempoh masa pada masa t = 0 dan tempoh sesuatu alat kewangan seperti bon mencapai tempoh matang. Tempoh masa amat mempengaruhi sesuatu kadar faedah manakala kadar faedah pula mempengaruhi harga derivatif.

5.2 Cadangan

Berdasarkan keputusan yang diperoleh dalam kajian ini, didapati keputusannya tepat berdasarkan data yang digunakan. Namun begitu, terdapat cadangan agar fungsi, f dikenalpasti agar kadar faedah dapat digunakan apabila tempoh masa yang digunakan berbeza.

Secara amnya, kaedah ini mudah difahami dan dipelajari. Teknik ini mampu mendapat penghampiran yang jitu. Kaedah berangka ini dapat memberi nilai yang tepat berbanding menggunakan kaedah lain.

RUJUKAN

Chacko.G,Das.S.R. 2000. Pricing interest rate derivatives. 1-50

Chacko.G,Das.S.R. 2001. The arbitrage-free pricing of average interest rate options: A General Approach. 1-38

Cheyette.O. 2002. Interest rate models. *Fixed Income Research*:3-26

Chiarella.C, Nadima El-Hassan. 2003. Pricing American bond option under a general class of votality structure. *School of Finance and Economics*:1-20

Cissell Robert. 1913-1973. *Mathematics of Finance.* Ed. Ke-8. Dallas Geneva. Houghton Mifflin Company.

K.John, L.Fuchun, & Y.Mingwei. 1999. *Pricing Interest Rate Derivatives In A Non-Parametric Two-Factor Term-Structure Model*:1-43

Kristensen.D. 2008. Estimation of partial differential equations with applications in finance. *Journal of Econometrics* 144: 392-408

Richard L. Burden & J. Douglas Faires. 2005. *Numerical Analysis*. Ed. Ke-8. Youngstown State University.

Ryan, Stephen G. 2002. *Financial instrument and institutions : accounting and disclosure rules.* Canada. John Wiley & Sons, Inc.

Www.global-derivatives.com[23 Oktober 2008]

Zvi Bodie, Alex Kane & Alan J. marcus. 1989. *Investment*. Ed. Ke-8. Boston Univeristy, University of California, & Boston College.

LAMPIRAN A

Pengiraan Kadar Faedah

$r_s = \sin(x) \quad , f(x) = r_s$

$$\int_0^{0.499} r_s \; dx, k = 1,2,3, \dots ,6 \text{ dan } j = 1,2,3, \dots ,6$$

$$h_k = \frac{b-a}{m_k} = \frac{b-a}{2^{k-1}}$$

$$h_1 = \frac{0.499 - 0}{2^0} = 0.499$$

$$R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[f(a) + f(b)] = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)]$$

$$R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[\sin 0 + \sin 0.499]$$

$$= \frac{0.499}{2}[0.47854772]$$

$$= 0.2495[0.47854772]$$

$$= 0.11939766$$

$$h_2 = \frac{0.499 - 0}{2^1} = 0.2495$$

$$R_{2,1} = \frac{1}{2}\left[R_{1,1} + h_1 \sum_{i=1}^{1} f(a + (2i-1)h_2)\right]$$

$$R_{2,1} = \frac{1}{2}[R_{1,1} + h_1 f(a + h_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.11939766 + 0.499 f(0 + 0.2495)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.11939766 + 0.499(0.24691947)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.11939766 + 0.12321282]$$

$$= 0.12130524$$

$$R_{2,2} = R_{2,1} + \frac{R_{2,1} - R_{1,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{2,2} = R_{2,1} + \frac{R_{2,1} - R_{1,1}}{3}$$

$$= 0.12130524 + \frac{0.12130524 - 0.11939766}{3}$$

$$= 0.12194110$$

$$h_3 = \frac{0.499 - 0}{2^2} = 0.12475$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\left[R_{2,1} + h_2 \sum_{i=1}^{2} f(a + (2i - 1)h_3)\right]$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\{R_{2,1} + h_2[f(a + h_3) + f(a + 3h_3)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.12130524 + 0.2495[f(0 + 0.12475) + f(0 + 3(0.12475)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.12130524 + 0.2495[0.12442668 + 0.36557455]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.12130524 + 0.12225531\}$$

$$= 0.12178027$$

$$R_{3,2} = R_{3,1} + \frac{R_{3,1} - R_{2,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{3,2} = R_{3,1} + \frac{R_{3,1} - R_{2,1}}{3}$$

$$= 0.12178027 + \frac{0.12178027 - 0.12130524}{3}$$

$$= 0.12193862$$

$$R_{3,3} = R_{3,2} + \frac{R_{3,2} - R_{2,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{3,3} = R_{3,2} + \frac{R_{3,2} - R_{2,2}}{15}$$

$$= 0.12193862 + \frac{0.12193862 - 0.12194110}{15}$$

$$= 0.12193845$$

$$h_4 = \frac{0.499 - 0}{2^3} = 0.062375$$

$$R_{4,1} = \frac{1}{2}\left[R_{3,1} + h_3 \sum_{i=1}^{4} f(a + (2i-1)h_4)\right]$$

$$R_{4,1} = \frac{1}{2}\{R_{3,1} + h_3[f(a + h_4) + f(a + 3h_4) + f(a + 5h_4) + f(a + 7h_4)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{0.12178027 + 0.12475\left[\begin{matrix} f(0 + 0.062375) + f(0 + 3(0.062375) \\ + f(0 + 5(0.062375) + f(0 + 7(0.062375) + \end{matrix}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{0.12130524 + 0.12475\left[\begin{matrix} 0.062334561 + 0.18603486 + 0.30684372 \\ + 0.42288351 \end{matrix}\right]\right\}$$

$$= 0.12189891$$

$$R_{4,2} = R_{4,1} + \frac{R_{4,1} - R_{3,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{4,2} = R_{4,1} + \frac{R_{4,1} - R_{3,1}}{3}$$

$$= 0.12189891 + \frac{0.12189891 - 0.12178027}{3}$$

$$= 0.12193846$$

$$R_{4,3} = R_{4,2} + \frac{R_{4,2} - R_{3,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{4,3} = R_{4,2} + \frac{R_{4,2} - R_{3,2}}{15}$$

$$= 0.12193846 + \frac{0.12193846 - 0.12193862}{15}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{4,4} = R_{4,3} + \frac{R_{4,3} - R_{3,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{4,4} = R_{4,3} + \frac{R_{4,3} - R_{3,3}}{63}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{15}$$

$$= 0.12193845$$

$$h_5 = \frac{0.499 - 0}{2^4} = 0.0311875$$

$$R_{5,1} = \frac{1}{2}\left[R_{4,1} + h_4 \sum_{i=1}^{8} f(a + (2i-1)h_5)\right]$$

$$R_{5,1}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{R_{4,1} + h_4 \left[\begin{array}{c} f(a+h_5) + f(a+3h_5) + f(a+5h_5) + f(a+7h_5) + f(a+9h_5) \\ + f(a+11h_5) + f(a+13h_5) + f(a+15h_5) \end{array}\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.12189891 + 0.062375\,[f(0 + 0.0311875) + f(0 + 3(0.0311875) + f(0 + 5(0.0311875) + f(0 + 7(0.0311875) + f(0 + 9(0.0311875) + f(0 + 11(0.0311875) + f(0 + 13(0.0311875) + f(0 + 15(0.0311875)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.12189891 + 0.062375\,[0.031182444 + 0.093426052 + 0.155306292 + 0.21658249 + 0.27701631 + 0.33637271 + 0.39442083 + 0.45093490]\}$$

$$= 0.12192857$$

$$R_{5,2} = R_{5,1} + \frac{R_{5,1} - R_{4,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{5,2} = R_{5,1} + \frac{R_{5,1} - R_{4,1}}{3}$$

$$= 0.12192857 + \frac{0.12192857 - 0.12189891}{3}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{5,3} = R_{5,2} + \frac{R_{5,2} - R_{4,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{5,3} = R_{5,2} + \frac{R_{5,2} - R_{4,2}}{15}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193846}{15}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{5,4} = R_{5,3} + \frac{R_{5,3} - R_{4,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{5,4} = R_{5,3} + \frac{R_{5,3} - R_{4,3}}{63}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{63}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{5,5} = R_{5,4} + \frac{R_{5,4} - R_{4,4}}{4^4 - 1}$$

$$R_{5,5} = R_{5,4} + \frac{R_{5,4} - R_{4,4}}{255}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{255}$$

$$= 0.12193845$$

$$h_6 = \frac{0.499 - 0}{2^5} = 0.015593875$$

$$R_{6,1} = \frac{1}{2}\left[R_{5,1} + h_5 \sum_{i=1}^{16} f(a + (2i - 1)h_6)\right]$$

$R_{6,1} = \frac{1}{2}\{R_{5,1} + h_5[f(a + h_6) + f(a + 3h_6) + f(a + 5h_6) + f(a + 7h_6) +$
$f(a + 9h_6) + \quad f(a + 11h_6) + f(a + 13h_6) + f(a + 15h_6) + f(a + 17h_6) +$
$f(a + 19h_6) + \quad f(a + 21h_6) + f(a + 23h_6) + f(a + 25h_6) + f(a + 27h_6) +$
$f(a + 29h_6) + \quad f(a + 31h_6)]\}$

$= \frac{1}{2}\{0.12192857 \ + 0.0311875\ [f(0 + 0.015593875) + f(0 + 3(0.015593875) +$

$f(0 + \ 5(0.015593875) + f(0 + 7(0.015593875) +$

$f(0 + 9(0.015593875) + f(0 + 11(0.015593875) +$

$f(0 + 13(0.015593875) + f(0 + 15(0.015593875) +$

$f(0 + \ 17(0.015593875) + f(0 + 19(0.015593875) +$

$f\ \ (0 + 21(0.015593875)] + f(0 + 23(0.015593875) +$

$f(0 + \ 25(0.015593875) + \ f(0 + 27(0.015593875)\} +$

$f(0 + 29(0.015593875) + f(0 + \ 31(0.015593875)\ \}$

$= \frac{1}{2}\{0.12192857 \ + 0.0311875\ \ [0.015593243 + 0.046764563 +$
$0.0778904 + \ 0.10894049 + 0.13988461 + 0.17069269 + 0.20133475 +$
$0.23178099 + \ 0.2620018 + 0.29196779 + 0.32164981 + 0.35101900 +$
$0.38004679 + \ \ 0.40870494 + 0.43696559 + 0.46480125]\}$

$= 0.12193598$

$$R_{6,2} = R_{6,1} + \frac{R_{6,1} - R_{5,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{6,2} = R_{6,1} + \frac{R_{6,1} - R_{5,1}}{3}$$

$$= 0.12193598 + \frac{0.12193598 \ - 0.12192857}{3}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{6,3} = R_{6,2} + \frac{R_{6,2} - R_{5,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{6,3} = R_{6,2} + \frac{R_{6,2} - R_{6,2}}{15}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 \ - 0.12193845}{15}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{6,4} = R_{6,3} + \frac{R_{6,3} - R_{5,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{6,4} = R_{6,3} + \frac{R_{6,3} - R_{5,3}}{63}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{63}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{6,5} = R_{6,4} + \frac{R_{6,4} - R_{5,4}}{4^4 - 1}$$

$$R_{6,5} = R_{6,4} + \frac{R_{6,4} - R_{5,4}}{255}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{255}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{6,6} = R_{6,5} + \frac{R_{6,5} - R_{5,5}}{4^5}$$

$$R_{6,6} = R_{6,5} + \frac{R_{6,6} - R_{5,5}}{1023}$$

$$= 0.12193845 + \frac{0.12193845 - 0.12193845}{1023}$$

$$= 0.12193845$$

LAMPIRAN B

Pengiraan harga derivatif

$r_s = \sin(x) \quad , f(x) = r_s$

$$\int_0^{0.499} r_s \; dx, k = 1,2,3, \dots ,6 \text{ dan } j = 1,2,3, \dots ,6$$

$$h_k = \frac{b-a}{m_k} = \frac{b-a}{2^{k-1}}$$

$$h_1 = \frac{0.417 - 0}{2^0} = 0.417$$

$$R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[f(a) + f(b)] = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)]$$

$$R_{1,1} = \frac{h_1}{2}[\sin 0 + \sin 0.417]$$

$$= \frac{0.417}{2}[0.40501936]$$

$$= 0.2085[0.47854772]$$

$$= 0.08444654$$

$$h_2 = \frac{0.417 - 0}{2^1} = 0.2085$$

$$R_{2,1} = \frac{1}{2}\left[R_{1,1} + h_1 \sum_{i=1}^{1} f(a + (2i-1)h_2)\right]$$

$$R_{2,1} = \frac{1}{2}[R_{1,1} + h_1 f(a + h_2)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.08444654 + 0.417f(0 + 0.2085)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.08444654 + 0.417(0.20699262)]$$

$$= \frac{1}{2}[0.08444654 + 0.086315922]$$

$$= 0.08538123$$

$$R_{2,2} = R_{2,1} + \frac{R_{2,1} - R_{1,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{2,2} = R_{2,1} + \frac{R_{2,1} - R_{1,1}}{3}$$

$$= 0.08538123 + \frac{0.08538123 - 0.08444654}{3}$$

$$= 0.08569279$$

$$h_3 = \frac{0.417 - 0}{2^2} = 0.10425$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\left[R_{2,1} + h_2 \sum_{i=1}^{2} f(a + (2i - 1)h_3)\right]$$

$$R_{3,1} = \frac{1}{2}\{R_{2,1} + h_2[f(a + h_3) + f(a + 3h_3)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.08538123 + 0.2085[f(0 + 0.10425) + f(0 + 3(0.10425)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.08538123 + 0.2085[0.10406127 + 0.30767640]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{0.08538123 + 0.085847304\}$$

$$= 0.08561427$$

$$R_{3,2} = R_{3,1} + \frac{R_{3,1} - R_{2,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{3,2} = R_{3,1} + \frac{R_{3,1} - R_{2,1}}{3}$$

$$= 0.08561427 + \frac{0.08561427 - 0.08538123}{3}$$

$$= 0.08569195$$

$$R_{3,3} = R_{3,2} + \frac{R_{3,2} - R_{2,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{3,3} = R_{3,2} + \frac{R_{3,2} - R_{2,2}}{15}$$

$$= 0.08569195 + \frac{0.08569195 - 0.08569279}{15}$$

$$= 0.08569189$$

$$h_4 = \frac{0.417 - 0}{2^3} = 0.052125$$

$$R_{4,1} = \frac{1}{2}\left[R_{3,1} + h_3 \sum_{i=1}^{4} f(a + (2i - 1)h_4)\right]$$

$$R_{4,1} = \frac{1}{2}\{R_{3,1} + h_3[f(a + h_4) + f(a + 3h_4) + f(a + 5h_4) + f(a + 7h_4)]\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{0.085614 + 0.10425 \begin{bmatrix} f(0 + 0.052125) + f(0 + 3(0.052125) \\ + f(0 + 5(0.052125) + f(0 + 7(0.052125) + \end{bmatrix}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{0.08561427 + 0.10425 \begin{bmatrix} 0.052101399 + 0.15573847 + 0.257684495 \\ + 0.35683253 \end{bmatrix}\right\}$$

$$= 0.08567249$$

$$R_{4,2} = R_{4,1} + \frac{R_{4,1} - R_{3,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{4,2} = R_{4,1} + \frac{R_{4,1} - R_{3,1}}{3}$$

$$= 0.08567249 + \frac{0.08567249 - 0.08561427}{3}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{4,3} = R_{4,2} + \frac{R_{4,2} - R_{3,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{4,3} = R_{4,2} + \frac{R_{4,2} - R_{3,2}}{15}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{15}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{4,4} = R_{4,3} + \frac{R_{4,3} - R_{3,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{4,4} = R_{4,3} + \frac{R_{4,3} - R_{3,3}}{63}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{15}$$

$= 0.08569189$

$$h_5 = \frac{0.417 - 0}{2^4} = 0.0260625$$

$$R_{5,1} = \frac{1}{2}\left[R_{4,1} + h_4 \sum_{i=1}^{8} f(a + (2i - 1)h_5)\right]$$

$$R_{5,1} = \frac{1}{2}\left\{R_{4,1} + h_4 \left[\begin{matrix} f(a + h_5) + f(a + 3h_5) + f(a + 5h_5) + f(a + 7h_5) + f(a + 9h_5) \\ + f(a + 11h_5) + f(a + 13h_5) + f(a + 15h_5) \end{matrix}\right]\right\}$$

$= \frac{1}{2}\{0.08567249 + 0.052125\ [f(0 + 0.0260625) + f(0 + 3(0.0260625) + f(0 + 5(0.0260625) + f(0 + 7(0.0260625) + f(0 + 9(0.0260625) + f(0 + 110.0260625) + f(0 + 13(0.0260625) + f(0 + 15(0.0260625)]\}$

$= \frac{1}{2}\{0.08567249 + 0.052125\ [0.026059549 + 0.07810786 + 0.12994400 + 0.18142716 + 0.23241749 + 0.28277648 + 0.33236734 + 0.38105535]\}$

$= 0.08568704$

$$R_{5,2} = R_{5,1} + \frac{R_{5,1} - R_{4,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{5,2} = R_{5,1} + \frac{R_{5,1} - R_{4,1}}{3}$$

$$= 0.08568704 + \frac{0.08568704 - 0.08567249}{3}$$

$= 0.08569189$

$$R_{5,3} = R_{5,2} + \frac{R_{5,2} - R_{4,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{5,3} = R_{5,2} + \frac{R_{5,2} - R_{4,2}}{15}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{15}$$

$= 0.08569189$

$$R_{5,4} = R_{5,3} + \frac{R_{5,3} - R_{4,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{5,4} = R_{5,3} + \frac{R_{5,3} - R_{4,3}}{63}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{63}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{5,5} = R_{5,4} + \frac{R_{5,4} - R_{4,4}}{4^4 - 1}$$

$$R_{5,5} = R_{5,4} + \frac{R_{5,4} - R_{4,4}}{255}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{255}$$

$$= 0.08569189$$

$$h_6 = \frac{0.417 - 0}{2^5} = 0.01303125$$

$$R_{6,1} = \frac{1}{2}\left[R_{5,1} + h_5 \sum_{i=1}^{16} f(a + (2i-1)h_6)\right]$$

$$R_{6,1} = \tfrac{1}{2}\{R_{5,1} + h_5[f(a + h_6) + f(a + 3h_6) + f(a + 5h_6) + f(a + 7h_6) + f(a + 9h_6) + f(a + 11h_6) + f(a + 13h_6) + f(a + 15h_6) + f(a + 17h_6) + f(a + 19h_6) + f(a + 21h_6) + f(a + 23h_6) + f(a + 25h_6) + f(a + 27h_6) + f(a + 29h_6) + f(a + 31h_6)]\}$$

$$= \tfrac{1}{2}\{0.08568704 + 0.0260625\,[f(0 + 0.01303125) + f(0 + 3(0.01303125) + f(0 + 5(0.01303125) + f(0 + 7(0.01303125) + f(0 + 9(0.01303125) + f(0 + 11(0.01303125) + f(0 + 13(0.01303125) + f(0 + 15(0.01303125) + f(0 + 17(0.01303125) + f(0 + 19(0.01303125) + f(0 + 21(0.01303125)] + f(0 + 23(0.01303125) + f(0 + 25(0.01303125) + f(0 + 27(0.01303125)\} + f(0 + 29(0.01303125) + f(0 + 31(0.01303125)$$

$= \frac{1}{2}\{0.08568704 + 0.0260625\ [0.013030881 + 0.039083792 + 0.065110158 + 0.091092299 + 0.11701257 + 0.14285336 + 0.16859713 + 0.19422638 + 0.013030881 + 0.24507180 + 0.27025343 + 0.29525151 + 0.32004904 + 0.34462919 + 0.36897527 + 0.39307073]\}$

$= 0.08569068$

$$R_{6,2} = R_{6,1} + \frac{R_{6,1} - R_{5,1}}{4^1 - 1}$$

$$R_{6,2} = R_{6,1} + \frac{R_{6,1} - R_{5,1}}{3}$$

$$= 0.08569068 + \frac{0.08569068 - 0.08568704}{3}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{6,3} = R_{6,2} + \frac{R_{6,2} - R_{5,2}}{4^2 - 1}$$

$$R_{6,3} = R_{6,2} + \frac{R_{6,2} - R_{6,2}}{15}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{15}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{6,4} = R_{6,3} + \frac{R_{6,3} - R_{5,3}}{4^3 - 1}$$

$$R_{6,4} = R_{6,3} + \frac{R_{6,3} - R_{5,3}}{63}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{63}$$

$$= 0.08569189$$

$$R_{6,5} = R_{6,4} + \frac{R_{6,4} - R_{5,4}}{4^4 - 1}$$

$$R_{6,5} = R_{6,4} + \frac{R_{6,4} - R_{5,4}}{255}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{255}$$

$$= 0.12193845$$

$$R_{6,6} = R_{6,5} + \frac{R_{6,5} - R_{5,5}}{4^5 - 1}$$

$$R_{6,6} = R_{6,5} + \frac{R_{6,6} - R_{5,5}}{1023}$$

$$= 0.08569189 + \frac{0.08569189 - 0.08569189}{1023}$$

$$= 0.08569189$$

LAMPIRAN C

Kadar Faedah

0.11939766					
0.12130524	0.12194110				
0.12178027	0.12193862	0.12193845			
0.12189891	0.12193846	0.12193845	0.12193845		
0.12192857	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845	
0.12193598	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845	0.12193845

LAMPIRAN D

Derivatif

0.08444654					
0.08538123	0.08569279				
0.08561427	0.08569195	0.08569189			
0.08567249	0.08569189	0.08569189	0.08569189		
0.08568704	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189	
0.08569068	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189	0.08569189

LAMPIRAN E

Data

The Simple Black-Scholes European Option Pricing Sheet No Dividends	
Inputs	
Start Date	1-Jun-01
Maturity Date	1-Dec-01
Days Remaining	182 days
Risk Free Rate	12.00%
Stock Volatility	30.00%
Current Price	12.0000
Exercise Price	16.0000

BIODATA PENULIS

Nama	: Nor Shuhada bt. Yasin
Alamat tetap	: No. 2968 A, Kg. Rhu Muda, Belakang Masjid, 21600 Marang, Terengganu Darul Iman
No. Telefon	: 017-9441556
Email	: su_da25@yahoo.com
Tarikh Lahir	: 02 Mei 1986
Tempat Lahir	: Kg. Rhu Muda, Terengganu
Kewarganegaraan	: Warganegara Malaysia
Bangsa	: Melayu
Jantina	: Perempuan
Agama	: Islam
Pendidikan	: Universiti Malaysia Terengganu (2006 – 2009) Sek. Men. Keb. Tengku Lela Segara (2004 – 2006) Sek. Men. Keb. (A) Durian Guling (1999 – 2003) Sekolah Kebangsaan Seberang Marang (1993 – 1998)

PENENTUAN KADAR FAEDAH DAN HARGA DERIVATIF MENGGUNAKAN KAMIRAN ROMBERG - NOR SHUHADA YASIN