PEMBENTUKAN HURUF DENGAN LENGKUNG KUBIK BEZIER

CHAN CHIU LING

FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

2009

1100076388		

Lihat sebelah

REKABENTUK HURUF DENGAN LENGKUNG KUBIK BÉZIER

Oleh
Chan Chiu Ling

Projek Ilmiah Tahun Akhir ini diserahkan untuk memenuhi
Sebahagian keperluan bagi
Ijazah Sarjana Muda (Matematik Komputasi)

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU
2009

JABATAN MATEMATIK
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499B

Adalah ini diakui dan disahkan bahawa laporan penyelidikan bertajuk: Rekabentuk Huruf Dengan Lengkung Kubik Bézier oleh Chan Chiu Ling, No. Matrik : UK12943 telah diperiksa dan semua pembetulan yang disarankan telah dilakukan. Laporan ini dikemukakan kepada Jabatan Matematik sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan memperolehi Ijazah Sarjana Muda Sains Matematik Komputasi, Fakulti Sains dan Teknologi, UMT.

Disahkan oleh:

....
Penyelia Utama
Nama: Cik Chong Nyuk Sian
Cop Rasmi:

CHONG NYUK SIAN
Lecturer
Department of Mathematics
Faculty of Science and Technology
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

Tarikh: 6/5/09

....
Ketua Jabatan Matematik
Nama: Dr. Hj Mustafa Bin Mamat
Cop Rasmi:

DR. HJ. MUSTAFA BIN MAMAT
Ketua
Jabatan Matematik
Fakulti Sains dan Teknologi
Universiti Malaysia Terengganu
21030 Kuala Terengganu

PENGAKUAN

Saya mengakui projek ilmiah tahun akhir yang bertajuk Rekabentuk Huruf Dengan Lengkung Kubik Bézier adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya saya jelaskan sumbernya.

Tandatangan	:	Chan
Nama	:	Chan Chiu Ling
No. Matrik	:	UK 12943
Tarikh	:	6 Mei 2009

PENGHARGAAN

Saya ingin merakamkan penghargaan ikhlas kepada penyelia projek ilmiah tahun akhir, Cik Chong Nyuk Sian atas bimbingan dan tunjuk ajar beliau sepanjang tempoh penyelidikan projek saya yang bertajuk Rekabentuk Huruf dengan Lengkung Kubik Bézier.

Terima kasih yang tidak terhingga kepada ahli keluarga dan rakan-rakan saya atas sokongan dan dorongan sehingga saya dapat menyiapan kerja saya ini.

Penghargaan juga ditunjukkan kepada semua yang terlibat sama ada secara langsung atau tidak langsung membantu menjayakan projek penyelidikan ini.

REKABENTUK HURUF DENGAN LENGKUNG KUBIK BÉZIER

ABSTRAK

Kajian ini menfokuskan kepada aplikasi lengkung kubik Bézier dalam rekabentuk huruf. Selain itu, kombinasi linear Bézier dan kubik Bézier juga digunakan dalam perekaan huruf. Lengkung kubik Bézier yang mempunyai keselanjaran geometri berdarjah dua telah digunakan untuk mereka bentuk huruf dua dimensi. Lengkung ini akan menginterpolasi pada kedudukan dan tangent unit di kedua-dua titik hujung. Di samping itu, kelengkungan pada titik-titik hujung ini adalah konsisten. Titik-titik kawalan yang sesuai boleh ditambahkan untuk meningkatkan kualiti perekaan huruf. Hasil dapatan kajian boleh ditunjukkan dengan beberapa contoh dan didapati keputusannya adalah baik.

DESIGNING FONT BY USING BÉZIER CUBIC CURVE

ABSTRACT

This final year project is focuses on application of Bézier cubic curve in designing font. Beside that, the combination of Bézier linear and Bézier cubic curve are used in designing. Bézier cubic curve which has the geometric continuity of order two was used to design font in two dimensions. This curve would interpolate at the location and unit tangent at both of the endpoints. Furthermore, the curvature at these endpoints was consistent. Appropriate control points can be added to increase the quality of designing. Some example of font which had been designed were shown and found that the result was good and satisfy.

KANDUNGAN

SENARAI RAJAH

SENARAI SINGKATAN

Singkatan

CAD	Rekabentuk bantuan komputer (Computer Aided Design)
CAM	Pembuatan bantuan komputer (Computer Aided Manufacture)
CAGD	Rekabentuk geometri bantuan komputer (Computer Aided Geometry design)
TDLSA	Algorithma pencarian dua dimensi (Two-dimensional logarithmic search algorithm)
ESA	Algorithma pencarian evolusi (Evolutionary search algorithm)
G^1	Keselanjaran goemetri berdarjah satu (Geometric continuity order one)
G^2	Keselanjaran geometri berdarjah dua (Geometric continuity order two)

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Pengenalan

Secara umumnya, maklumat visual bagi pelbagai objek dan bentuk telah disimpan dalam ingatan komputer sebagai satu fail imej. Ini adalah amat berguna dan bermaklumat bagi manusia. Dalam komputer, imej ini hanya ialah suatu mentah melainkan maklumat daripada imej ini dapat disari dengan suatu algorithma dan diwakili dengan satu cara yang berguna. Ini ialah satu bidang penyelidik yang penting. Objek bagi satu imej boleh diwakili oleh sempadan atau bentuk pedalaman. Perwakilan garis kasar atau sempadan adalah lebih cekap dan mengekalkan bentuk sesuatu objek dengan lengkap.

Sempadan-sempadan boleh diwakili dengan lebih efisien dengan pelbagai jenis lengkung dan perwakilan ini kebanyakan digunakan untuk menawan bentuk garis kasar bentuk. Lengkung telah digunakan berabab-abab lamanya untuk membuat lakaran dan pelan; Kebanyakan lengkung-lengkung ini ialah bulatan, tetapi ada juga dalam bentuk bebas. Lengkung-lengkung ini digunakan dalam aplikasi seperti rekabentuk hul kapal, rekabentuk automobil dan juga seni bina.

Kepentingan kawalan bentuk lengkung dalam aplikasi rekabentuk geometri bantuan komputer (CAGD) termasuklah interpolasi fungsi klasik. Kini adalah terkenal dan diterima oleh komuniti saintifik dan banyak kertas kajian yang berkaitan dengan interpolasi kekalan bentuk telah diterbit.

Penyelidik-penyelidik telah memperkenalkan pelbagai teknik penawaan dengan menggunakan pelbagai model splin seperti Bèzier splin, Splin-B, interpolasi Hermite dan interpolasi kubik nisbah untuk menjana lengkung dan permukaan. Di samping itu, pendekatan ini juga mempunyai beberapa kelebihan seperti translasi, putaran, penskalaan, dan canggaan bentuk tanpa menghilangkan kualitinya. Ini juga membawa kepada aplikasi dalam rekabentuk bantuan komputer (CAD), pembuatan bantuan komputer (CAM) dan rekabentuk geometri bantuan komputer (CAGD).

Antara pelbagai bidang dalam CAGD, salah satu yang menarik perhatian ialah pembinaan lengkung dan permukaan yang memenuhi syarat estetik. Kelicinan adalah kewujudan yang penting bagi suatu lengkung dan permukaan. Ia biasanya dikenali sebagai keselanjaran geometri berdarjah k, G^k atau keselanjaran parameter berdarjah k, C^k. Pada asasnya, dalam Kriteria Matematik, suatu lengkung dikatakan licin jika mempunyai bilangan esktremum kelengkungan yang sedikit semungkin. Ia adalah diharapkan bahawa ektremum kelengkungan hanya muncul pada lokasi yang diingini oleh pereka.

G^2 ialah lengkung peralihan bagi dua bulatan yang berpisah. Ia terdiri daripada satu tembereng atau sepasang tembereng lingkaran. Ia adalah amat berguna dalam grafik komputer dan aplikasi CAD. Aplikasi amali adalah seperti dalam rekabentuk lebuhraya, laluan kereta api, jalan satelit, laluan-laluan robot atau aplikasi-aplikasi estetik. Salah satu pendekatan yang penting dalam mencapai peralihan lengkung pada kelengkungan berekanada bagi pemalar adalah dengan menggunakan perwakilan parameter polinomial. Salah satu perwakilan Matematik yang penting bagi lengkung dan permukaan yang digunakan dalam grafik komputer dan CAD ialah lengkung dan permukaan yang digunakan dalam grafik komputer dan CAD ialah lengkung Bézier. Populariti mereka adalah disebabkan oleh sifat-sifat Matematiknya.

yang membolehkannya berkeupayaan dalam manipulasi dan analisis. Bentuk lengkung kubik menyediakan satu julat yang luas di mana ia mengizinkan lengkung itu mempunyai bucu-bucu, gelung dan dua titik lengkok balas. Fleksibili ini memyebabkannya sesuai digunakan dalam gubahan bagi lengkung adunan G^2. Kertas kajian ini akan mencadangkan satu kaedah dalam merekabentuk suatu objek dengan menggunakan kaedah lengkung kubik Bézier. Lengkung kubik Bézier ini mempunyai keselanjaran geometri berdarjah dua $\left(G^2\right)$.

Laporan kajian ini dibahagikan kepada lima bab. Bad 1 merupakan pengenalan dan sukatan bagi kajian yang dijalankan. Bab 2 pula merupakan sorotan kajian dan Bab 3 menjelaskan metodologi yang digunakan dalam kajian ini. Dapatan kajian dan keputusan akan dibincangkan dalam Bab 4. Bab 5 merupakan kesimpulan.

1.2 Penyataan Masalah

Untuk merekabentuk sesuatu huruf dengan lengkung kubik Bézier yang mempunyai keselanjaran geometri berdarjah dua $\left(G^2\right)$ bukan merupakan suatu kerja yang mudah dan ringkas. Kelengkungan dan unit tangen di titik-titik hujung tembereng lengkung perlu dipadankan dan titik- titik kawalan perlu ditentukan supaya lengkung yang dijana memenuhi syarat-syarat yang dikehendaki. Selain itu, kombinasi antara linear Bézier dan kubik Bézier dalam perekaan huruf juga akan digunakan.

1.3 Objektif

Objektif-objektif bagi kajian ini ialah:

(a) Membina satu aturcara untuk merekabentuk huruf.

(b) Menggunakan lengkung kubik Bézier untuk merekabentuk sesuatu huruf.

(c) Menggunakan kombinasi linear Bézier dan kubik Bézier dalam perekaan huruf.

1.4 Batasan kajian

Kajian ini menfokuskan kepada aplikasi lengkung kubik Bézier dalam rekabentuk huruf dua dimensi. Lengkung kubik Bézier yang mempunyai keselanjaran geometri berdarjah dua $\left(G^2\right)$ digunakan dalam rekaan ini. Disamping itu, kombinasi antara linear Bézier dan kubik Bézier juga akan digunakan dalam perekaan huruf.

BAB 2

SOROTAN KAJIAN

2.1 Penyelidikan

Peters (1989) menjelaskan pembinaan lengkung ruang kuartik cebis demi cebis yang menginterpolasi kedudukan, tangen dan kelengkungan data. Pembinaan ini adalah setempat dan tak tersirat, iaitu tidak melibatkan dengan penyelesaian persamaan-persamaan. Jika hanya data kedudukan sahaja diketahui, maka data tangen dan kelengkungan boleh diterbitkan dengan menggunakan rumus lalai setempat yang ringkas. Satu lagi kaedah adalah dengan menurunkan darjah lengkung tersebut ataupun meminimumkan norm-2 bagi pembezaannya dengan menyelesaikan dominan pepenjuru, berjalur, sistem linear.

Shao dan Zhao (1996) telah membentangkan satu algoritma penyuaian lengkung dengan kubik Bézier. Algoritma ini akan menyuaikan satu set titik data secara automatik dengan lengkung kubik Bézier cebis demi cebis yang mempunyai keselanjaran geometri berdarjah satu $\left(G^1\right)$. Algoritma ini mengandungi dua langkah yang utama. Langkah pertama, titik bererti berdarjah satu dikenalpasti daripada set data yang diberi dan seterusnya diklasifikasikan sama ada pepenjuru atau cantuman. Penyuaian lengkung akan dilakukan dalam langkah kedua. Teknik kuasa dua terkecil berpemberat digunakan untuk mencari penyelesaian yang optimum bagi pembinaan lengkung Bézier cebic demi cebis. Tembereng-tembereng Bézier yang diperolehi akan dicantum dengan licin pada semua titik cantuman.

Goodman dan Ong (1997) telah membentangkan kekalan bentuk interpolasi dengan lengkung ruang. Beberapa kriteria untuk mengekalkan bentuk interpolasi dengan lengkung ruang seperti kecembungan, unjuran lengkok balas lengkung ke dalam sesetengah satah, tanda kilasan, sesatahan dan kekolinearan. Berdasarkan kriteria-kriteria ini, satu algoritma untuk menginterpolasi titik-titik dalam ruang yang diberi dengan kekalan bentuk lengkung kubik nisbah cebis demi cebis telah diterbit. Skema ini adalah setempat dan menghasilkan lengkung yang mempunyai keselanjaran tangen unit dan keselanjaran kelengkungan kecuali bagi sesetengah kes di mana lengkung itu mempunyai tembereng-tembereng linear.

Duan (2000) telah memperkenalkan splin kubik nisbah dengan penyebut linear telah digunakan untuk mengawal lengkung penginterpolasi supaya terbatas dalam rantau yang diberi. Splin kubik nisbah berparameter membolehkan bentuk lengkung interpolasi dikawal dengan memilih parameter yang sesuai. Oleh itu, splin nisbah adalah mudah digunakan dengan memberi kekangan kepada mengekangkan lengkung interpolasi sama ada bersandar di atas atau di bawah satu garis lurus atau kuadratik yang terletak di dalam suatu subjulat.

Piah dan Chew (2004) telah menjelajah kaedah yang diperkenalkan oleh Said (1990), dengan menggunakan fungsi-fungsi asas yang diterbitkan daripada fungsi-fungsi asas Bézier dan Ball. Bagi kes Said (1990), kaedah ini diturunkan kepada Bézier dan Ball masing-masing dengan memilih parameter-parameter pemberat yang sesuai. Sifat-sifat bagi lengkung yang dibina akan diberikan supaya fon yang dibina memenuhi keselanjaran satah tangen. Untuk mengawal bentuk lengkung kubik, peranan pemberat dan titik-titik kawalan (poligon kawalan) pada fungsi asas diberikan perhatian supaya fon-fon yang dibina memenuhi keselanjaran geometri berdarjah satu $\left(G^1\right)$.

Sarbajit (2007) telah memperkenalkan satu teknik yang cekap untuk penghampiran Bézier kubik cebis demi cebis bagi lengkung terdigit. Kaedah pengesanan titik putus membahagikan lengkung terdigit kepada beberapa tembereng dan setiap tembereng dianggar dengan lengkung kubik Bézier supaya ralat penghampiran yang terdapat adalah minimum. Titik kawalan penghampiran Bézier yang awal untuk setiap tembereng diperolehi daripada teknik interpolasi iaitu algoritma De Casteljau. Dua kaedah iaitu algoritma pencarian dua dimensi (TDLSA) dan algoritma pencarian evolusi (ESA) digunakan untuk mencari titik kawalan Bézier yang paling cocok. Berdasarkan keputusan yang diperolehi didapati bahawa kaedah penghampiran Bézier bagi lengkung terdigit adalah lebih tepat dan menggunakan bilangan titik yang kurang berbanding dengan kaedah penghampiran yang lain.

BAB 3

METODOLOGI

3.1 Pengenalan kepada Lengkung Bézier

Pada tahun 1959, lengkung Bézier mula-mula diperkenalkan oleh Paul de Casteljau, seorang ahli ilmu Fizik dan Matematik dari Citroen. Ia kemudian diterbitkan oleh seorang jurutera dari Renault, iaitu Pierre Etienne Bézier pada tahun 1962. Pada permulaanya, lengkung Bézier ini digunakan dalam rekabentuk automobil. Kemudiannya, lengkung ini digunakan secara meluas dalam bidang CAGD dan sistem grafik komputer disebabkan oleh kelawanannya dan juga perwakilan yang mudah.

Farin dan Hansford (200) menyatakan bahawa diberi satu set $(n+1)$ titk-titik kawalan $P_o, P_1, \dots, P_n$, lengkung Bézier yang berdarjah n ditakrifkan seperti berikut:

$$r(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i B_i^n(t) \quad ; \quad t \in [0,1] \tag{3.1}$$

dengan $B_i^n(t)$ ialah polinomial Bernstein. Polinomial Bernstein ditakrifkan seperti berikut:

$B_i^n(t) = \begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix} t^i (1-t)^{n-i}$ di mana $\begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix}$ ialah pekali binomial, iaitu $\begin{pmatrix} n \\ i \end{pmatrix} = \dfrac{n!}{i!(n-i)!}$, $i = 0, 1, \dots, n$.

3.2 Sifat-sifat lengkung Bézier

Lengkung Bézier seperti dalam (3.1) mempunyai sifat-sifat seperti berikut (Salomon (2006)):

(a) Lengkung Bézier akan bermula pada titik kawalan yang pertama dan berhenti pada titik kawalan yang terakhir. Secara amnya, ia tidak akan melalui titik-titik kawalan yang lain, tetapi bentuknya adalah bergantung kepada poligon kawalan.

(b) Tangen vektor bagi lengkung Bézier pada titik permulaan adalah selari dengan garis yang menyambungkan dua titik kawalan pada permulaan manakala tangen vektor pada titik akhir pula adalah selari dengan garis yang menyambungkan dua titik kawalan yang terakhir.

(c) Lengkung Bézier adalah sentiasa bersifat hul cembung maka setiap titik pada lengkung (3.1) adalah berada di dalam hul cembung poligon kawalan.

(d) Lengkung Bézier mempunyai sifat simetri. Bentuk lengkung Bézier yang sama akan diperoleh jika titik-titik kawalan diberi pada kedudukan yang bertentangan. Perbezaannya ialah arah parameter bagi lengkung tersebut.

(e) Lengkung Bézier menunjukan sifat susut ubahan. Jumlah persilangan di antara sesuatu garis dengan lengkung Bézier adalah kurang ataupun sama dengan jumlah persilangan di antara garis tersebut dengan poligon kawalan lengkung Bézier ini.

Sifat-sifat bagi fungsi asas $B_i^n(t)$ (Salomon (2006)):

(a) Kepositifan

$$B_i^n(t) \geq 0 \quad ; \text{ bagi } t \in [0,1]$$

Fungsi-fungsi asas adalah bersifat tidak negatif pada selang $[0,1]$.

(b) Pemetakan Unit.

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i = [t + (1-t)]^n = 1$$

Hasil tambah fungsi-fungsi asas berdarjah n ialah satu.

3.3 Interpolasi G^2 kubik Bézier cebis demi cebis

Suatu lengkung dikatakan mempunyai keselanjaran geometri berdarjah satu (G^1) jika vektor tangen unit adalah selanjar sepanjang lengkung itu dan mempunyai pembezaan terbitan pertama. Tambahan pula, jika kelengkungan bagi lengkung ini adalah selanjar, lengkung ini dikatakan mempunyai G^2 dan pembezaan terbitan kedua. Dengan itu, untuk menjana suatu lengkung G^2, tangen unit dan kelengkungan pada titik-tiitk hujung setiap tembereng lengkung haruslah dipadankan.

3.4 Lengkung Kubik Bézier

Menurut Goodman (1988), Pertimbangkan suatu lengkung kubik Bézier,

$$r_3(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3 \quad , \quad t \in [1,0] \tag{3.2}$$

di mana P_0, P_1, P_2, P_3 dalam $\mathbb{R}^2$.

Goodman (1988) , Jika $P_0P_1P_2P_3$ adalah cembung maka (3.2)

$$r_3(0) = P_0 \quad , \quad r_3(1) = P_3 \tag{3.3}$$

$$r_3' = 3(P_1 - P_0) \quad , \quad r_3' = 3(P_3 - P_2) \tag{3.4}$$

Supaya lengkok mempunyai titik hujung P_0 dan P_3 dengan tangen pada arah $(P_1 - P_0)$ di P_0 (jika $P_0 \neq P_1$) dan $(P_3 - P_2)$ di P_3 (jika $P_2 \neq P_3$). Kemudian, pertimbangkan kelengkungan K dan L pada titik-titik hujung P_0 dan P_3 masing-masing.

$$K = \frac{2[(P_1 - P_0)\times(P_3 - P_2)]}{\|P_1 - P_0\|^3} \quad , \quad L = \frac{2[(P_3 - P_2)\times(P_1 - P_0)]}{\|P_3 - P_2\|^3} \tag{3.5}$$

di mana kelengkungan positif (negatif) jika lengkung berpusing mengikut arah lawan jam (ikut jam).

3.5 Interpolasi antara dua titik data

Goodman (1988) mempertimbangkan dua titik I_i dan I_{i+1} dalam $\mathbb{R}^2$, dua tangen vektor T_i dan T_{i+1} dan skala bukan K dan L. Lengkung kubik Bézier seperti di (3.2) dengan $r_3(0) = I_i$ dan $r_3(1) = I_{i+1}$ dan pada titik I_i, ia mempunyai kelengkungan K dan tangen dalam arah T_i, manakala di I_{i+1} pula mempunyai kelengkungan L dan tangen dalam arah T_{i+1}.

Selanjutnya, anggapkan bahawa kedua-dua T_i dan T_{i+1} tidak selari dengan $I_{i+1} - I_i$, dan pada I_i dan I_{i+1}, lengkung adalah pusing menghala $I_i I_{i+1}$, maka

$$K[T_i + (I_{i+1} - I_i)] > 0 \quad , \quad L[(I_{i+1} - I_i)\times T_{i+1}] > 0 \tag{3.6}$$

Berdasarkan (3.2), (3.3) dan (3.4), didapati

$$P_0 = I_i \ , \ P_3 = I_{i+1} \ , \ P_1 - P_0 = \ell T_i \ , \ P_3 - P_0 = mT_{i+1} \ \text{di mana} \ \ell, m > 0 \tag{3.7}$$

Untuk memilih ℓ, m dalam (3.7) iaitu untuk memilih $\|P_1 - P_0\|$ dan $\|P_3 - P_2\|$, tiga kes berikut dipertimbangkan:

Kes 1: $KL > 0$

Daripada (3.6) dan (3.7), andaikan P_1 dan P_2 berada pada kedudukan yang mempunyai sisi yang sama dengan $I_i I_{i+1}$. Dengan itu, $\|P_1 - P_0\|$ dan $\|P_3 - P_2\|$ ditakrifkan seperti berikut:

$$\begin{aligned}
\|P_1 - P_0\| &= \frac{2\|I_{i+1} - I_i\|\|\sin b\|}{2\lambda\|\sin b\| + (1-\lambda)\|I_{i+1} - I_i\|\|L\| + 2\|\sin(a+b)\|} \ , \ 0 < \lambda \le 1 \\
\|P_3 - P_2\| &= \frac{2\|I_{i+1} - I_i\|\|\sin a\|}{2\mu\|\sin a\| + (1-\mu)\|I_{i+1} - I_i\|\|K\| + 2\|\sin(a+b)\|} \ , \ 0 < \mu \le 1
\end{aligned} \tag{3.8}$$

di mana

$$\sin a = \frac{T_i \times (I_{i+1} - I_i)}{\|T_i\|\|I_{i+1} - I_i\|} \ , \ \sin b = \frac{(I_{i+1} - I_i) \times T_{i+1}}{\|I_{i+1} - I_i\|\|T_{i+1}\|}$$

$$\text{dan} \ \sin(a+b) = \frac{T_i \times T_{i+1}}{\|T_i\|\|T_{i+1}\|} \tag{3.9}$$

λ dan μ ialah parameter yang boleh digunakan untuk mengubah bentuk lengkung.

Kes 2: $KL < 0$

Dalam kes ini, P_1 dan P_2 berada pada sisi yang bertentangan dengan garis yang menyambungkan I_i dan I_{i+1}. Daripada sifat susut ubahan, lengkung akan mempunyai satu titik lengkok balas. Jadi, $\|P_1 - P_0\|$ dan $\|P_3 - P_2\|$ ditakrif

$$\|P_1 - P_0\| = \gamma\|I_{i+1} - I_i\| \ , \ \|P_3 - P_2\| = \delta\|I_{i+1} - I_i\| \tag{3.10}$$

Kes 3: $KL = 0$

Tembereng $Q_i(t)$ yang diperolehi dalam kes ini adalah bersifat linear, iaitu garis yang menyambungkan I_i dan I_{i+1} adalah linear. Persamaan ditakrif

$$Q_i(t) = (1-t)I_i + tI_{i+1} \ , \ 0 \le t \le 1 \tag{3.11}$$

3.6 Interpolasi kekalan bentuk

Dalam Goodman (1988), $I_i = (x_i, y_i)$, $i = 1,\dots,N$, $N \ge 3$ adalah data titik dalam satah, vektor T_i dan skalar K_i. Lengkung Q yang melalui titik I_i menurut tertib dan pada titik I_i mempunyai kelengkungan K_i dan arah tangen T_i ingin dibina. Kelengkungan K_i ditakrif sebagai kelengkungan bagi bulatan melalui I_{i-1}, I_i, I_{i+1} iaitu:

$$K_i = \frac{2(I_i - I_{i-1}) \times (I_{i+1} - I_i)}{\|I_i - I_{i-1}\| \|I_{i+1} - I_i\| \|I_{i+1} - I_{i-1}\|} \tag{3.12}$$

Arah tangen T_i ditakrif seperti berikut:

$$T_i = a_i(I_i - I_{i-1}) + b_i(I_{i+1} - I_i) \ , \ a_i \ , \ b_i \ge 0 \tag{3.13}$$

di mana $a_i = 0$ jika dan hanya jika I_i, I_{i+1}, I_{i+2} adalah kolinear, dan $b_i = 0$ jika dan hanya jika I_{i-2}, I_{i-1}, I_i adalah kolinear. Ini diikuti dengan sebarang i, sama ada kedua-dua ataupun salah satu T_i dan T_{i+1} adalah berada dalam arah $I_{i+1} - I_i$.

Bagi sebarang i, tembereng lengkung Q_i antara I_i dan I_{i+1} ditakrif seperti berikut. Jika T_i dan T_{i+1} berada dalam arah $I_{i+1} - I_i$, maka Q_i ialah tembereng garis lulus di antara I_i dan I_{i+1}. Jika tidak, Q_i ditakrif sebagai lengkung dalam bentuk (3.2) yang mempunyai nilai, arah tangen dan kelengkungan I_i, T_i, K_i pada $t = 0$ dan I_{i+1}, T_{i+1}, K_{i+1} pada $t = 1$.

Arah tangen bagi lengkok bulatan melalui I_{i-1}, I_i, I_{i+1} adalah diberi seperti (3.12) di mana a_i dan b_i ditakrif seperti berikut:

$$a_i = \|K_{i+1}\| \|I_{i+1} - I_i\|^2 \ , \ b_i = \|K_{i-1}\| \|I_i - I_{i-2}\|^2 \tag{3.14}$$

Algoritma yang dicadangkan untuk membina suatu lengkung yang menginterpolasikan titik-titik yang diberi I_i, $i = 1, \ldots, N$ adalah seperti berikut :

(a) Takrifkan K_i , $i = 1, \ldots, N$ daripada (3.12)

(b) Takrifkan T_i, $i = 1, \ldots, N$ dengan (3.13) dan (3.14).

(c) Bagi $i = 1, \ldots, N$, tembereng lengkung Q_i antara I_i dan I_{i+1} ditakrif seperti berikut:

(d) Jika $K_i \cdot K_{i+1} = 0$, $Q_i(t)$ ditakrif seperti dalam persamaan (3.11).

(e) Kalau $K_i \cdot K_{i+1} > 0$ takrifkan $\|P_1 - P_0\|$, $\|P_3 - P_2\|$ dengan (3.8) dan (3.9).

(f) Kalau $K_i \cdot K_{i+1} < 0$ takrifkan $\|P_1 - P_0\|$, $\|P_3 - P_2\|$ dengan (3.10).

(g) Anda $P_0 = I_i$, $P_3 = I_{i+1}$, $P_1 = P_0 + \|P_1 - P_0\| \frac{T_i}{\|T_i\|}$, $P_2 = P_3 - \|P_3 - P_2\| \frac{T_{i+1}}{\|T_{i+1}\|}$, dan

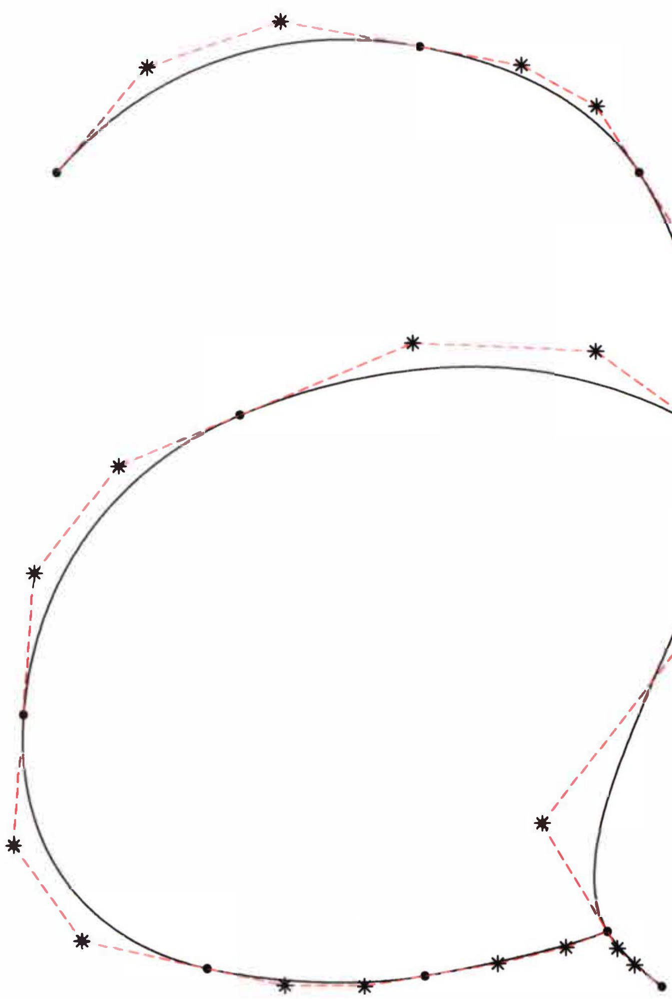
$Q_i(t) = r_3(t)$, $0 \le t \le 1$ seperti di (3.2).

BAB 4

KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

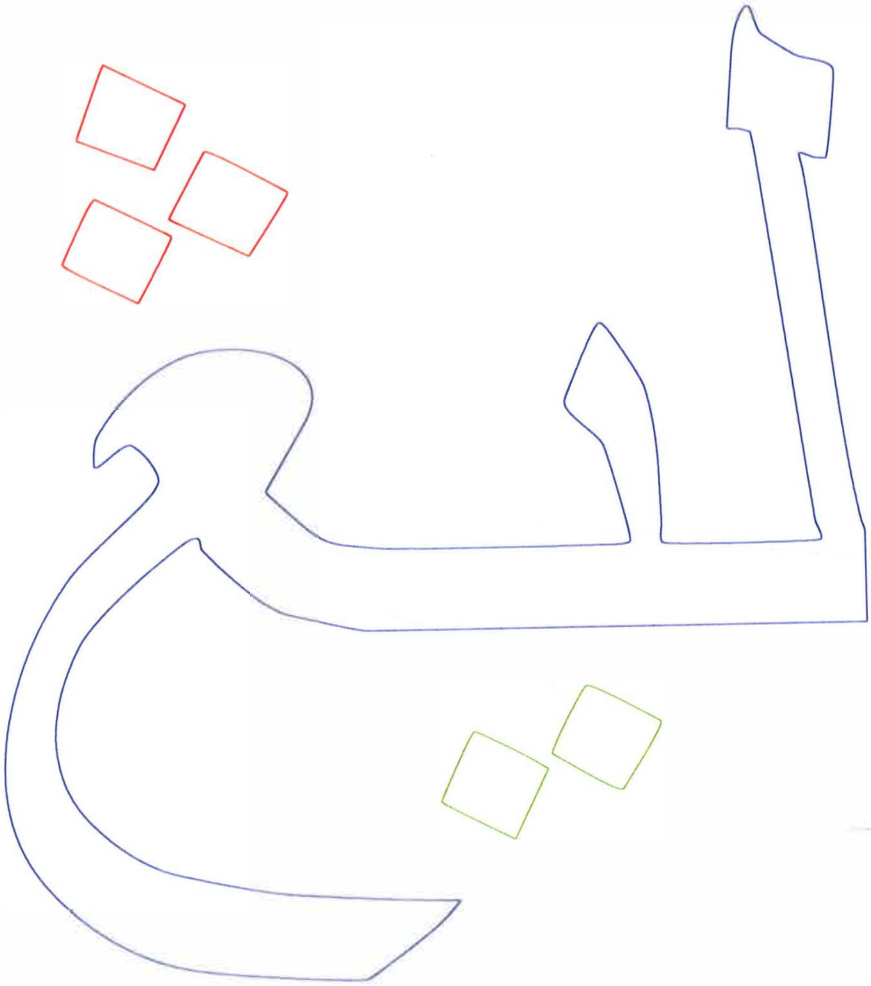
Kaedah perekaan yang dibincangkan dalam Bab 3 boleh ditunjukkan dengan beberapa contoh seperti berikut.

Rajah 4.1 menunjukkan huruf 'a' yang direka dengan lengkung kubik Bézier berserta titik-tiitk hujung tembereng lengkung dan poligon kawalannya. Titik-titik hujung tembereng lengkung diwakili oleh simbol ' • ' manakala dua titik kawalan yang lain pula diwakili oleh simbol ' * '.Lengkung yang berwarna hitam mewakili lengkung kubik Bézier. Garis putus-putus yang berwarna merah mewakili poligon kawalan bagi setiap tembereng lengkung.

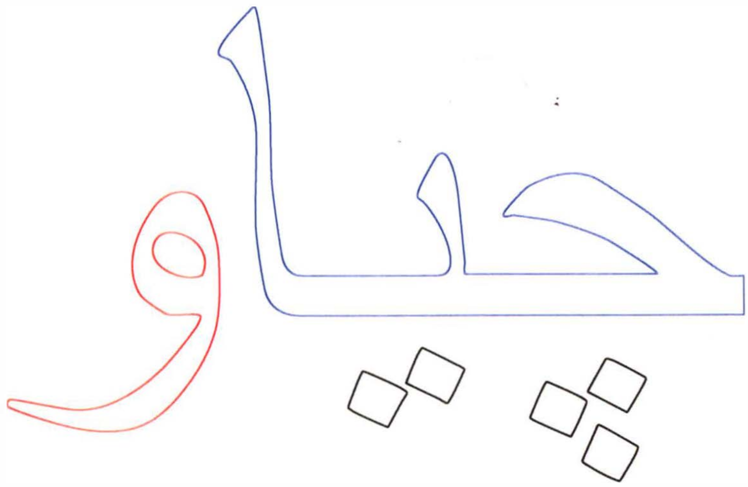


Rajah 4.1: Huruf ‘a’ yang direka dengan lengkung kubik Bézier berserta titik-titik hujung tembereng lengkung dan poligon kawalannya.

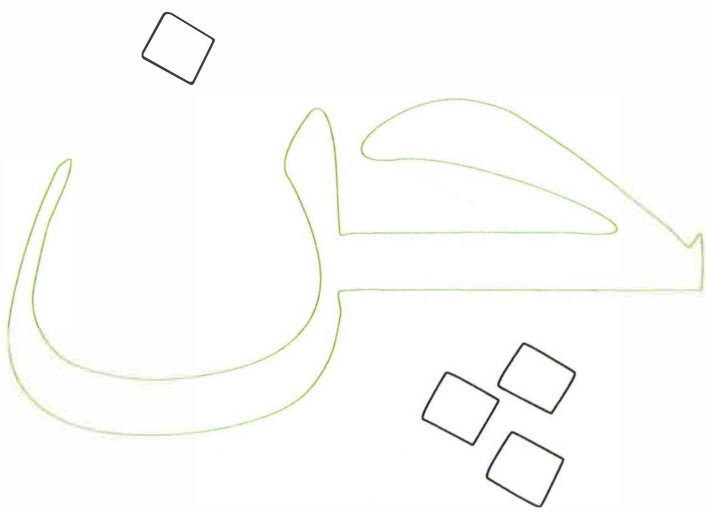
Rajah 4.2 menunjukkan perkataan-perkataan yang direka dengan kombinasi linear Bézier dan kubik Bézier. Perkataan 'Ling' ,'Chiu' dan 'Chan' dalam tulisan Jawi masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 4.2 (a), (b) dan (c). Perkataan 'Chiu' pula ditunjukan dalam rajah 4.2 (d).



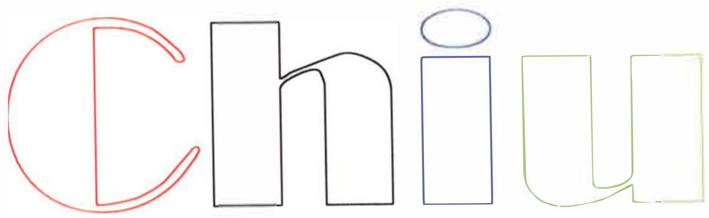
(a) 'Ling' dalam tulisan Jawi.



(b) ‘Chiu’ dalam tulisan Jawi.



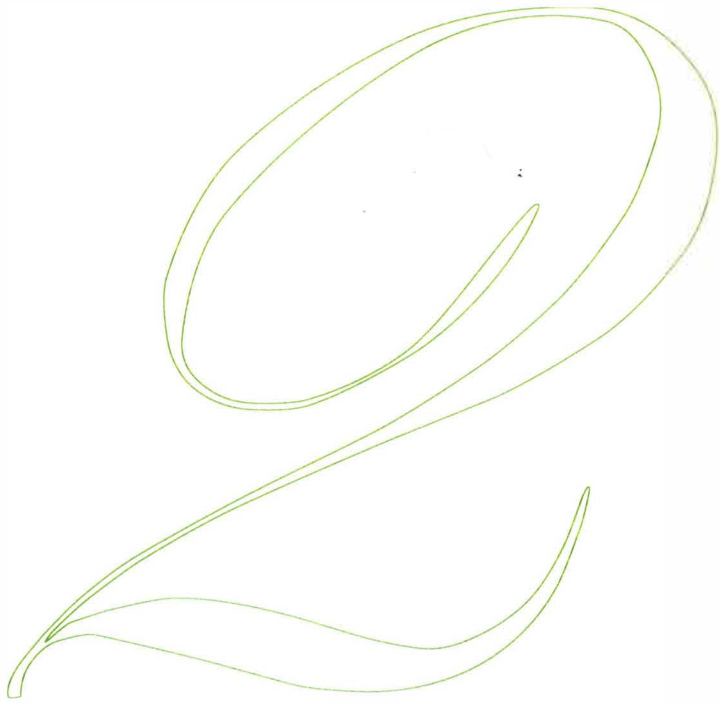
(c) ‘Chan’ dalam tulisan Jawi.



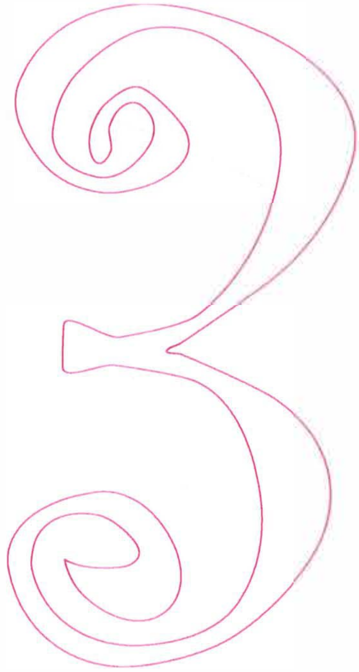
(e) Perkataan ‘Chiu’.

Rajah 4.2: Perkataan-perkataan yang direka dengan kombinasi linear Bézier dan kubik Bézier.

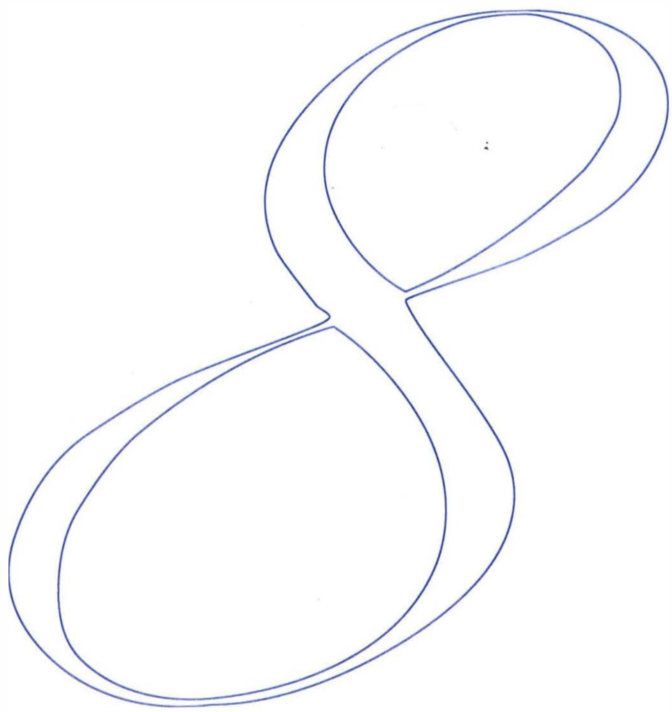
Rajah 4.3 menunjukkan nombor-nombor dan perkataan-perkataan yang direka dengan menggunakan lengkung kubik Bézier. Nombor-nombor dua, tiga dan lapan masing-masing ditunjukkan dalam Rajah 4.3 (a), (b) dan (c) manakala perkataan-perkataan ‘Chan’ dan ‘Ling’ ditunjukkan dalam Rajah 4.3 (d) dan (e). ‘Ling’ dalam tulisan Cina pula ditunjukkan dalam Rajah 4.3 (f).



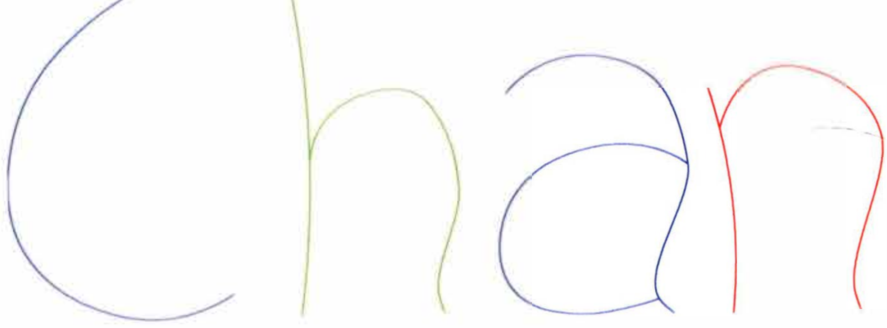
(a) Nombor dua.



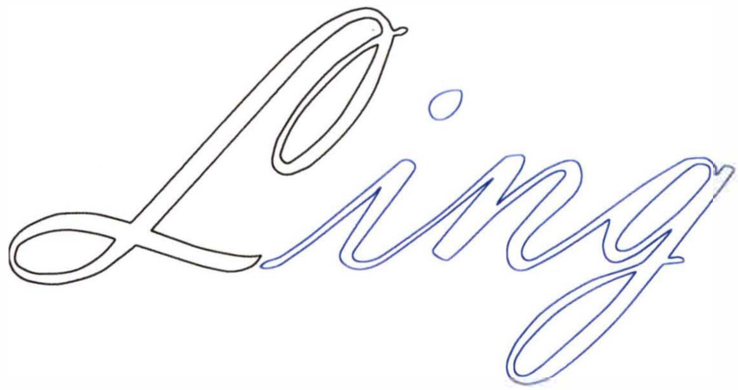
(b) Nombor tiga.



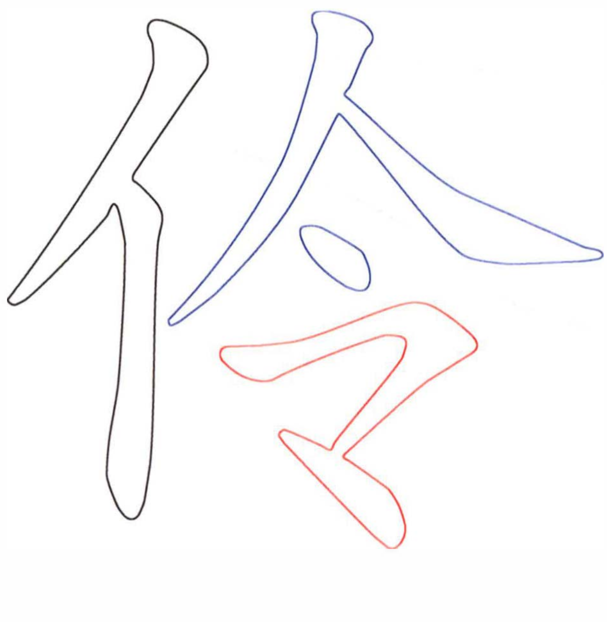
(c) Nombor lapan.



(d) Perkataan ‘Chan’.



(e) Perkataan 'Ling'.



(f) Perkataan 'Ling' dalam tulisan Cina.

Rajah 4.3: Nombor-nombor dan perkataan-perkataan yang direka dengan lengkung kubik Bézier.

BAB 5

KESIMPULAN

Pada akhir kajian ini, satu aturcara komputer merekabentuk huruf dengan lengkung kubik Bézier yang mempunyai keselanjaran geometri berdarjah dua $\left(G^2\right)$ dan kombinasi antara linear Bézier serta kubik Bézier telah dibina. Lengkung kubik Bézier yang mempunyai G^2 ini akan menginterpolasi pada kedudukan dan tangen unit pada titik-titik hujung. Di samping itu, kelengkungan pada titik-titik hujung ini adalah konsisten. Bilangan titik kawalan boleh ditambah jika perlu untuk meningkatkan kualiti huruf yang direka. Hasil dapatan kajian yang diperolehi dalam kajian ini adalah baik.

Pada masa depan, kajian ini boleh dilanjutkan dengan merekabentuk objek dan huruf dalam tiga dimensi. Kaedah-kaedah seperti permukaan Bézier, Splin-B atau Splin-B nisbah tak seragam boleh digunakan untuk perekaan tiga dimensi.

RUJUKAN

Bartels, R.H. , Beatty, J.C. & Barsky, B.A. 1995. *An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling*. San Fransisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc.

Cox, D.A. , Sturmfels, B. & Manocha, D.N. 1997. *Applications of computational algebraic geometry*. California: AMS Bookstore.

Duan, Q. ,Chen, T.S. , Djidjeli, K. , Price, W.G. & Twizell, E.H. 2000. A method of shape control of curve design. *Proceeding of Geometric Modeling and Processing 2000* (0-7695-0562-7/00): 184 – 189.

Farin, G. & Hansford, D. 2000. *The essentials of CAGD*. Arizona: A K Peters, Ltd.

Goodman, T.N.T & Ong, B.H. 1997. Shape preserving interpolation by space curves. *Journal of Computer Aided Geometri Design* (15): 1 – 17.

Goodman, T.N.T. 1988. Shape preserving interpolation by parametric rational cubic splines. *International of Numerical Mathematic* 86: 149 – 158.

Marsh, D. 2005. *Applied geometry for computer graphics and CAD*. New York: Springer Publishing.

Peters, J. 1989. Local generalized hermite interpolation by quartic C^2 space curve. *Association for Computing Machinery Transactions on Graphics* 8 (3): 235 – 242.

Piah, A.R.M. & Chew, P.C. 2004. Generating G1 fonts using cubic Ball functions with weight. *Proceedings of the International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization'04* (0-7695-2178-9/04) :115 – 119.

Said, H.B. 1990. Bezier-Ball type cubic curve and surfaces. *Sains Malaysiana* 19(4): 85 – 95.

Sarbajit Pal, Ganuly, P. & Biswas, P.K. 2007. Cubic Bézier approximation of a digitized curve. *Journal of Pattern Recogination* (40): 2730 – 2741.

Salomon, D. 2006. *Curves and surfaces for computer graphics*. Switzerland: Birkhäuser Publishing Ltd.

Seymour, C. & Unsworth, K. 1999. Interactive shape preserving interpolation by curvature continuous rational cubic splines. *Journal of Computational and Applied Mathematics.* ISSN:0377-0427: 87 – 117.

Shao, L. & Zhou, H. 1996. Curve fitting with Bézier cubics. *Graphical Model and Image Processing Vol.58 No 3* (0019): 223 – 232.

Special interest group on graphics and interactive techniques, Association for Computing Machinery Digital Library. 1992. *Computer graphics.* Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company.

BIODATA PENULIS

Nama	: Chan Chiu Ling
Alamat Tetap	: 76, Jalan Chung Ah Ming, 31650 Ipoh, Perak.
Nombor Telefon	: 017-5271231
Email	: stella_ccl@yahoo.com
Tarikh Lahir	: 1 Jun 1986
Tempat Lahir	: Ipoh
Kewarganegaraan	: Malaysia
Bangsa	: Cina
Jantina	: Perempuan
Agama	: Buddha
Pendidikan	: (1) Sekolah Rendah Jenis Kebangsaan (c) Ave Maria Convent, Ipoh. (2) Sekolah Menengah Jenis Kebangsaan (c) Ave Maria Convent, Ipoh. (3) Sekolah Menengah Jenis Kebangsaan Sam Tet, Ipoh. (4) Universiti Malaysia Terengganu, Kuala Terengganu.
Anugerah	: Sijil Kepujian Dekan Semester 1
Lain-lain	: Urusetia sukan Taekwondo Karnival Sukan Tunas Harapan 2007 (Terengganu)