

PERENAKAN PERANCANGAN PERALATAN SARUR  
DENGAN MENGGUNAKAN PERENAKAN  
BUNKUK BEZIER

CNG SHEUE LI

FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA TERENGGANU

2002

cpn:7528

1100076431

Perpustakaan Sultanah Nur Zahirah (UMT)  
Universiti Malaysia Terengganu

LP 19 FST 3 2009



1100076431

Pereaakan peralatan-peralatan dapur dengan menggunakan pernukaan bikubik bezier / Ong Sheue Li.



PERPUSTAKAAN SULTANAH NUR ZAHIRAH  
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU (UMT)  
21030 KUALA TERENGGANU

1100076431

1100076431

Lihat sambutan

HAK MILIK  
PERPUSTAKAAN SULTANAH NUR ZAHIRAH UTM

**PEREKAAN PERALATAN-PERALATAN DAPUR DENGAN MENGGUNAKAN  
PERMUKAAN BIKUBIK BÉZIER**

Oleh  
Ong Sheue Li

Projek Ilmiah Tahun Akhir ini diserahkan untuk memenuhi  
sebahagian keperluan bagi  
Ijazah Sarjana Muda Sains (Matematik Komputasi)

JABATAN MATEMATIK  
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU  
2009



**JABATAN MATEMATIK  
FAKULTI SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU**

**PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B**

Adalah ini diakui dan disahkan bahawa laporan penyelidikan bertajuk Pereaan Peralatan-peralatan Dapur Dengan Menggunakan Permukaan Bikubik Bézier oleh Ong Sheue Li, No. Matriks: UK 13009 telah diperiksa dan semua pembetulan yang disarankan telah dilakukan. Laporan ini dikemukakan kepada Jabatan Matematik sebagai memenuhi sebahagian daripada keperluan memperolehi Ijazah Sarjana Muda Sains Matematik Komputasi, Fakulti Sains dan Teknologi, UMT.

Disahkan oleh:

**CHONG NYUK SIAN**  
*Lecturer*  
Department of Mathematics  
Faculty of Science and Technology  
Universiti Malaysia Terengganu  
21030 Kuala Terengganu

Penyelia Utama

Nama: Cik Chong Nyuk Sian

Cop Rasmi:

Tarikh: ..... **6/5/09**

Ketua Jabatan Matematik

Nama:

Cop Rasmi:

Tarikh: ..... **6/5/09**

**DR. HJ. MUSTAFA BIN MAMAT**  
*Ketua*  
Jabatan Matematik  
Fakulti Sains dan Teknologi  
Universiti Malaysia Terengganu  
21030 Kuala Terengganu

## PENGAKUAN

Saya mengakui Projek Ilmiah Tahun Akhir (PITA) yang bertajuk “Perekaan Peralatan-peralatan Dapur Dengan Menggunakan Permukaan Bikubik Bézier” adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

Tandatangan :   
Nama : Ong Sheue Li  
No. Matriks : UK 13009  
Tarikh : 5 May 2009

## **PENGHARGAAN**

Pada akhir Projek Ilmiah Tahun Akhir (PITA) ini, saya ingin merakamkan ribuan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu saya menghabiskan projek ini.

Pada mulanya, saya ingin merakamkan penghargaan ikhlas kepada penyelia PITA, Cik Chong Nyuk Sian atas bimbingan dan dorongan yang diberi sepanjang tempoh penyelidikan PITA ini. Saya amat menghargai kesediaan beliau dalam meluangkan masa untuk mengajar saya dan berkongsi pengalamannya dengan sabar dan jelas.

Seterusnya saya ingin mengirimkan ribuan terima kasih kepada kawan-kawan atas sokongan dan bantuan mereka.

Kerjasama daripada penyelaras PITA, Pn. Nor Azlida binti Aleng, Cik Siti Madhihah dan pihak Jabatan Matematik amatlah dihargai.

Akhirnya, saya ingin mengucapkan terima kasih kepada ahli keluarga saya atas sokongan, kefahaman dan bantuan mereka dalam semua perkara yang dilakukan.

Penghargaan juga ditujukan kepada semua yang terlibat sama ada secara langsung atau tidak langsung dalam membantu menjayakan projek penyelidikan ini.

## **PEREKAAN PERALATAN-PERALATAN DAPUR DENGAN MENGGUNAKAN PERMUKAAN BIKUBIK BÉZIER**

### **ABSTRAK**

Permukaan bikubik Bézier digunakan dengan meluas terutamanya dalam bidang reka bentuk geometri bantuan computer (CAGD) dan mempunyai banyak aplikasi seperti dalam perekaan kereta, kapal terbang, kapal dan robot pemodelan. Dalam Projek Ilmiah Tahun Akhir (PITA) ini, permukaan bikubik Bézier digunakan dalam perekaan peralatan-peralatan dapur 3-dimensi di mana satu penampalan memerlukan 16 titik-titik kawalan dan akan menginterpolasi titik-titik kawalan pada empat pepenjuru jaring kawalannya. Jika perlu, bilangan penampalan boleh ditambahkan untuk meningkatkan kualiti perekaan alat-alat dapur.

# **DESIGNING KITCHEN UTENSILS BY USING BICUBIC BÉZIER SURFACE**

## **ABSTRACT**

Bicubic Bézier surface is widely used especially in Computer Aided Geometry Design (CAGD). It has many applications, such as in designing cars, airplanes, ship bodies and modeling robots. In this final year project, bicubic Bézier surface is used to design kitchen utensils where each patch is defined by 16 control points and will interpolate at the four corners of the control net. If necessary, the quality of designing can be improved by adding the number of patches for the object.

## KANDUNGAN

	<b>Halaman</b>
<b>HALAMAN JUDUL</b>	i
<b>PENGAKUAN DAN PENGESAHAN LAPORAN MAT 4499 B</b>	ii
<b>PENGAKUAN</b>	iii
<b>PENGHARGAAN</b>	iv
<b>ABSTRAK</b>	v
<b>ABSTRACT</b>	vi
<b>KANDUNGAN</b>	vii
<b>SENARAI RAJAH</b>	viii
<b>SENARAI SINGKATAN (TATANAMA/ISTILAH/SIMBOL)</b>	ix
<b>BAB 1 PENDAHULUAN</b>	
1.1 Pengenalan	1
1.2 Pernyataan masalah	3
1.3 Batasan Kajian	3
1.4 Objektif Kajian	4
<b>BAB 2 SOROTAN KAJIAN</b>	
<b>BAB 3 METODOLOGI</b>	
3.1 Pengenalan kepada permukaan Bézier	9
3.2 Sifat-sifat permukaan Bézier	10
3.3 Permukaan bikubik Bézier	12
<b>BAB 4 KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN</b>	
<b>BAB 5 KESIMPULAN DAN CADANGAN</b>	
<b>RUJUKAN</b>	20
<b>BIODATA PENULIS</b>	

## **SENARAI RAJAH**

<b>No. Rajah</b>		<b>Halaman</b>
3.1	Penampalan bikubik Bézier dengan 16 titik kawalannya.	13
4.1	Dua penampalan bikubik Bézier.	15
4.2	Rekabentuk objek dengan permukaan bikubik Bézier.	18

## **SENARAI SINGKATAN**

### **Singkatan**

3D	3-Dimensi
CAD	Rekabentuk Bantuan Komputer (Computer Aided Design)
CAGD	Rekabentuk Geometri Bantuan Komputer (Computer Aided Geometric Design)
NURBS	Splin-B Nisbah Tidak Seragam (Nonuniform Rational B-spline)

## **BAB 1**

### **PENDAHULUAN**

#### **1.1 Pengenalan**

Perekaan permukaan memberi gambaran objek dalam ruang 3-dimensi (3D). Ia membenarkan perekaan bentuk luaran objek dengan bentuk yang lebih konkret. Permukaan yang dibina bergantung kepada teknik yang digunakan supaya sesuai dengan bentuk yang ingin dijana di antara sesuatu batasan yang diberikan. Pemilihan kaedah yang sesuai adalah penting untuk perekaan yang lebih memuaskan. Kaedah-kaedah yang digunakan dalam perekaan objek 3D termasuk permukaan satah, permukaan tergaris, permukaan segiempat, permukaan Bézier, permukaan splin-B dan sebagainya. Dalam kajian ini, hanya fokus kepada perekaan objek 3D dengan permukaan bikubik Bézier.

Permukaan Bézier merupakan salah satu jenis kaedah yang digunakan dalam grafik komputer, rekabentuk bantuan komputer (CAD) dan pemodelan unsur terhingga. Seperti lengkung Bézier, permukaan Bézier ditakrifkan oleh satu set titik-titik kawalan. Permukaan Bézier mempunyai persamaan seperti kaedah interpolasi dalam banyak aspek, namun, secara amnya permukaan Bézier tidak merentasi titik-titik kawalan pusat tetapi “meregang” ke arah titik-titik kawalan yang seolah-olahnya mempunyai suatu daya tarikan.

Permukaan Bézier pertama kali digambarkan oleh jurutera Perancis yang bernama Pierre Bézier pada tahun 1972. Beliau menggunakan permukaan Bézier ini untuk mereka bentuk kereta di bawah syarikat Perancis automobil iaitu Renault (Farin et al., 2002 (a)). Permukaan Bézier boleh diaplikasikan dalam semua darjah, terutamanya permukaan bikubik Bézier menyediakan kebebasan darjah yang mencukupi dalam kebanyakan aplikasi.

Permukaan Bézier bertertib  $(n, m)$  ditakrifkan oleh satu set  $(n+1)(m+1)$  titik-titik kawalan,  $b_{i,j}$ . Titik-titik kawalan ini memetakan unit segi empat ke dalam permukaan berselanjaran licin yang dipancang dalam satu ruang yang sama dimensi dengan  $b_{i,j}$ . Sebagai contoh, jika  $b_{i,j}$  ialah titik-titik dalam ruang tiga dimensi, maka, permukaan yang dijana juga dalam ruang tiga dimensi.

Secara umumnya, permukaan Bézier yang paling umum digunakan adalah permukaan bikubik dimana  $m = n = 3$  dan setiap permukaan bikubik ditakrifkan oleh 16 titik-titik kawalan.

Permukaan hasil darab tensor Bézier berdarjah  $(m, n)$  dapat ditakrifkan seperti berikut:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) b_{i,j} \quad u, v \in [0, 1] \quad (1.1)$$

di mana  $B_i^n(u)$  dan  $B_j^m(v)$  merupakan polinomial Bernstein serta  $b_{i,j}$  merupakan titik-titik kawalan.

Permukaan bikubik Bézier dipilih disebabkan permukaan bikubik Bézier dapat menakrifkan penampalan yang mencukupi dan mengawal permukaan dengan titik-titik

kawalan yang terhad. Di samping itu, permukaan bikubik Bézier memberikan gambaran permukaan yang sangat tepat dan perubahan bentuk permukaan yang mudah.

## **1.2 Pernyataan Masalah**

Untuk mengemukakan penampalan yang ditakrifkan secara berparameter, biasanya bucu-bucu poligon bagi sesuatu objek perlu ditentukan terlebih dahulu.

Di samping itu, diberikan satu set vektor 3D, bukanlah suatu perkara yang mudah untuk meramalkan kedudukan titik-titik kawalan daripada permukaan itu.

Selain itu, kemungkinan wujud masalah interpolasi antara sempadan-sempadan penampalan ketika ingin menggabungkan gandaan penampalan untuk membentuk suatu bentuk yang kompleks. Tambahan pula, kemungkinan masalah seperti retakan akan wujud pada sempadan penampalan atau penampalan-penampalan tidak dapat digabungkan dengan memuaskan.

## **1.3 Batasan Kajian**

Dalam kajian ini, permukaan bikubik Bézier akan digunakan untuk mereka bentuk alat-alat dapur dalam 3-dimensi (3D). Permukaan yang dijana ini mempunyai keselanjuran berdarjah sifar ( $C^0$ ).

#### **1.4      Objektif Kajian**

Objektif-objektif bagi kajian ini adalah seperti berikut:

- a) Membina satu aturcara untuk mereka objek 3D.
- b) Mengaplikasikan kaedah permukaan bikubik Bézier dalam perekaan alat-alat dapur 3D.
- c) Menambahkan bilangan penampalan jika perlu untuk meningkatkan kualiti perekaan.

## BAB 2

### SOROTAN KAJIAN

Hohenberger dan Reuding (1995) menyatakan bahawa reka bentuk secara bebas biasanya menggunakan cara yang interaktif dan bentuk yang dihasilkan oleh komputer pula tidak diterima secara terus. Teknik yang sedia ada untuk pengubabsuaian bergantung kepada perwakilan yang dipilih untuk geometri. Dalam kebanyakan sistem reka bentuk bantuan komputer yang menggunakan splin-B nisbah tidak seragam (NURBS (Nonuniform Rational B-spline)) sebagai perwakilan geometri, pemberat yang biasanya digunakan sebagai alat untuk mengawal bentuk tidak mendapat sokongan yang mencukupi. Malahan pemberat-pemberat ini sering disembunyikan oleh pengguna dan dengan itu pemberat-pemberat ini diketepikan dan tidak digunakan. Oleh itu, kertas ini mengkaji kemungkinan untuk memasukkan pemberat-pemberat dalam suatu proses yang automatik. Dengan itu, suatu lengkung dengan perubahan kelengkungan yang beransur-ansur, sisihan yang paling kecil berbanding dengan bentuk asalnya dan gangguan pemberat-pemberatnya boleh dinyatakan sebagai suatu masalah pengoptimuman dapat dibina.

Andersson et al. (1988) menyatakan bahawa proses mereka bentuk dalam industri automotif memerlukan pembinaan permukaan yang berkualiti tinggi dengan syarat bentuk yang kuat. Oleh itu, operasi yang mengawal bentuk yang dicadangkan ialah dengan menetapkan kelengkungan, kecembungan, kelincinan dan syarat kepadanan yang sesuai.

Tatacara bermula dengan pembinaan suatu permukaan awal dengan kelincinan yang dikehendaki dari jaringan lengkung. Kedua-dua jaringan dan topologi penampalan ditentukan daripada satu set titik-titik bertertib. Kemudian permukaan awal ini ditukar menjadi permukaan cembung dengan pengubahsuai melintang. Dengan menggunakan pelinearan kelengkungan yang sesuai, masalah yang wujud ialah masalah pengaturcaraan linear. Masalah ini dapat diselesaikan dengan menggunakan kaedah Karmarkar.

Farin dan Hansford (1999) membuat kajian tentang permukaan yang menginterpolasi lengkung yang diberi sempadannya. Dalam kajiannya menunjukkan bahawa penampalan Coons beradun bilinear diskrit dapat ditakrifkan sebagai penyelesaian bagi suatu sistem linear. Dengan matlamat untuk menghasilkan bentuk yang lebih baik daripada penampalan Coons, idea ini diperolehi dan merupakan kaedah yang baru berdasarkan prinsip bervariasi bagi adun. Kajian ini menunjukkan bahawa tiada pun satu prinsip bervariasi bagi adun yang dapat menghasilkan bentuk yang baik untuk semua geometri lengkung sempadan. Selain itu, kesinambungan penampalan Coons segitiga dengan penampalan Coons segiempat juga dibincangkan.

Theisel (1999) menyatakan bahawa titik Farin (titik pemberat) merupakan alat yang berguna untuk menentukan pemberat bagi lengkung Bézier nisbah. Pemberat-pemberat bagi titik Bézier dapat dijelaskan secara geometri dan unik. Namun, terdapat satu masalah yang utama bagi penggunaan titik Farin dalam permukaan segitiga atau permukaan hasil darab tensor Bézier nisbah iaitu titik-titik ini adalah tak bersandar antara satu sama lain dan menyebabkan pemberat ini terlebih takrif. Untuk mengatasi masalah ini, dua pendekatan dibentangkan. Pendekatan yang pertama ialah mengubah titik Farin yang bersebelahan secara automatik supaya sistem bagi semua titik Farin tidak mempunyai percanggahan. Dalam pendekatan yang kedua ialah subset titik Farin yang sesuai iaitu tidak bergantung antara satu sama lain dibentangkan dan pemberat-pemberat ditakrif secara unik. Kedua-dua pendekatan ini dibentangkan dalam kajian permukaan

segitiga dan permukaan hasil darab tensor Bézier. Kajian ini membolehkan titik Farin ini amat berguna untuk mereka permukaan Bézier nisbah.

Hagen (1996) menyatakan bahawa perekaan permukaan dalam grafik komputer mempunyai banyak aplikasi seperti perekaan kereta, kapal terbang, kapal dan permodelan robot. Maka, penghasilan permukaan yang licin daripada set titik-titik 3-dimensi adalah penting dalam bidang rekabentuk geometri bantuan komputer (CAGD). Dalam kebanyakan sistem komersial rekabentuk bantuan komputer (CAD), penampalan segiempat lebih kerap dipilih dalam pemodelan bentuk bebas disebabkan teknik ini sangat berguna dan dapat memberi permukaan yang berkualiti tinggi. Namun, terdapat sesetengah kes yang tidak sesuai untuk perekaan permukaan segiempat seperti permukaan berlubang yang mempunyai topologi yang sama dengan separuh bulatan. Maka, kajian ini menyelesaikan masalah ini dengan ‘meninggalkan lubang segitiga’ dalam penampalan topologi segiempat. Oleh kerana penampalan permukaan segitiga adalah fleksibel dan sesuai untuk keadaan yang rumit, maka, konsep dasar bentuk segitiga dan keputusannya telah dibentangkan dalam kajian ini.

Hu (1996) membuat kajian tentang penukaran penampalan segitiga Bézier kepada tiga penampalan segiempat Bézier yang sama darjah. Dalam kajiannya, beliau menyatakan perbezaan sifat-sifat geometri antara penampalan segitiga Bézier dan penampalan segiempat Bézier yang menunjukkan kesukaran apabila kedua-dua penampalan digunakan dalam sistem rekabentuk bantuan komputer (CAD) yang sama. Oleh itu, penukaran satu jenis penampalan kepada jenis yang lain diperlukan. Beliau telah menggunakan satu formula eksplisit yang menukar satu penampalan segitiga Bézier kepada tiga penampalan segiempat Bézier yang sama darjah. Beliau telah menggunakan sesetengah operasi seperti operasi penggeseran, operasi perbezaan dan sebagainya untuk mempermudahkan pengiraan formula supaya dapat menghasilkan satu algoritma yang stabil untuk mengira titik-titik kawalan penampalan segiempat. Selain itu, beliau memastikan batasan ketiga-tiga penampalan segiempat Bézier digunakan dengan baik.

Feng dan Peng (1999) membuat kajian tentang fungsi gubahan dengan operasi penggeseran bagi penampalan Bézier dan aplikasinya. Beliau menyatakan bahawa terdapat dua jenis penampalan Bézier yang diwakili oleh dasar fungsi yang berbeza iaitu penampalan Bézier segitiga dan penampalan Bézier segiempat. Dalam kajiannya, keputusan-keputusan terhadap penampalan-penampalan ini diperolehi daripada fungsi gubahan dengan operasi penggeseran. Antaranya ialah gubahan penampalan segiempat Bézier dengan fungsi segitiga Bézier yang berdarjah 1 manakala yang satu lagi merupakan pengubahan penampalan segitiga Bézier dengan fungsi segiempat Bézier yang berdarjah  $1 \times 1$ . Titik-titik kawalan yang dihasilkan daripada penampalan dalam kedua-dua kes ini ialah kombinasi cembung linear bagi titik-titik kawalan penampalan asal. Dengan menggunakan operasi penggeseran, prosedur menjadi singkat dan cepat. Aplikasi yang berpotensi bagi kedua-dua keputusan ini ialah penukaran antara dua jenis penampalan ini, perwakilan tepat bagi permukaan yang teratur, sambungan penampalan asal dan sebagainya.

Lavoué et al. (1981) membentangkan satu rangka yang baru untuk pembahagian permukaan hampiran bagi model 3-dimensi yang diwakili oleh kekisi poligon. Kajian ini adalah sesuai dalam bidang mekanik atau bahagian rekabentuk bantuan komputer (CAD) untuk menghasilkan satu kekisi kawalan campuran segiempat-segitiga. Algoritmanya bermula dengan penguraian objek ke dalam pernampalan permukaan. Seterusnya ialah menghampirkan sempadan kawasan dahulu dan seterusnya data-data dalaman. Maka, bagi setiap penampalan, langkah pertama yang menghampiri sempadan dengan lengkung bahagian-bahagian kecil (bercampur dengan kawalan poligon) menghasilkan satu pembahagian permukaan pada permulaan dengan mengaitkan titik-titik kawalan sempadan berkenaan dengan garisan kelengkungan permukaan sasaran. Langkah yang kedua ialah mengoptimumkan permukaan pembahagian permulaan dengan menggerakkan titik-titik kawalan mendekati kawasan berkenaan dengan distribusi ralat. Kekisi kawalan yang terakhir menakrifkan keseluruhan model yang dapat dibina untuk pemasangan setiap pembahagian kekisi kawalan tempatan.

## BAB 3

### METODOLOGI

#### 3.1 Pengenalan Kepada Permukaan Bézier

Menurut Farin (1997), permukaan hasil darab tensor Bézier berdarjah ( $m, n$ ) dengan titik-titik kawalan  $b_{i,j} \in R^3$  ditakrifkan seperti berikut:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) b_{i,j} \quad u, v \in [0, 1] \quad (3.1)$$

di mana  $B_i^n(u)$  dan  $B_j^m(v)$  merupakan polinomial Bernstein yang ditakrifkan seperti berikut:

$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}$$

dan

$$B_j^m(v) = \binom{m}{j} v^j (1-v)^{m-j} = \frac{m!}{j!(m-j)!} v^j (1-v)^{m-j}$$

Permukaan Bézier ini juga boleh ditulis dalam bentuk matrik seperti berikut:

$$P(u, v) = \begin{bmatrix} B_0^m(v), & B_1^m(v), & \cdots, & B_m^m(v) \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & \cdots & b_{0,n} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & \cdots & b_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m,0} & b_{m,1} & \cdots & b_{m,n} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} B_0^n(u) \\ B_1^n(u) \\ \vdots \\ B_n^n(u) \end{bmatrix}$$

$u, v \in [0, 1]$  (3.2)

### 3.2 Sifat-sifat Permukaan Bézier

Farin et al. (2002 (a)), sifat-sifat permukaan Bézier adalah seperti berikut:

- a)  $P(u, v)$  akan menginterpolasi titik-titik kawalan pada empat pepenjuru jaring kawalannya, iaitu:  $P_{0,0}, P_{m,0}, P_{m,n}, P_{0,n}$ , di mana  $P_{0,0} = P(0, 0), P_{m,0} = P(1, 0), P_{m,n} = P(1, 1), P_{0,n} = P(0, 1)$ .
- b)  $B_i^n(u)$  dan  $B_j^m(v)$  adalah bersifat tidak negatif terhadap semua  $m, n, i$ , dan  $j$  di mana  $u, v \in [0, 1]$ .
- c) Hasil tambah bagi semua  $B_i^n(u)$  dan  $B_j^m(v)$  adalah satu bagi  $u, v \in [0, 1]$  iaitu

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) = 1$$

- d) Permukaan Bézier,  $P(u, v)$  terletak di dalam hul cembung yang ditakrif oleh jaring kawalannya.

Berikut merupakan sifat-sifat polinomial Bernstein (Farin et al. (2002 (b))):

a) Tak bersandar secara linear:

Bahagikan  $\sum_{i=0}^n b_i u^i (1-u)^{n-i} = 0$  dengan  $(1-u)^n$  dan andaikan  $s = \frac{u}{1-u}$ ,

memberikan  $\sum_{i=0}^n b_i s^i = 0$  akan menunjukkan  $b_0 = \dots = b_n = 0$ .

b) Simetri:  $B_i^n(u) = B_{n-i}^n(1-u)$ .

c) Mempunyai punca pada 0 dan 1 sahaja:

$$B_i^n(0) = B_{n-i}^n(1) = \begin{cases} 1, & i=0 \\ 0, & i>0 \end{cases}.$$

d) Membentuk kesatuan petak:

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1, \text{ bagi semua } u \in R.$$

e) Positif dalam  $(0, 1)$ :  $B_i^n(u) > 0$ , bagi  $u \in (0, 1)$ .

f) Memenuhi formula rekursi:

$$B_i^{n+1}(u) = u B_{i-1}^n(u) + (1-u) B_i^n(u),$$

di mana

$$B_{-1}^n = B_{n+1}^n = 0 \text{ dan } B_0^0 = 1.$$

Formula rekursi ini mengikut secara langsung daripada identiti

$$\binom{n+1}{i} = \binom{n}{i-1} + \binom{n}{i}.$$

### 3.3 Permukaan Bikubik Bézier

Berdasarkan persamaan (3.1), permukaan bikubik Bézier dengan darjah  $m = n = 3$  dan titik-titik kawalan  $b_{ij} \in R^3$  ditakrifkan seperti berikut:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B_i^3(u) B_j^3(v) b_{i,j} \quad u, v \in [0, 1] \quad (3.3)$$

di mana

polinomial Bernstein Kubik,  $B_i^3(u)$  dan  $B_j^3(v)$  adalah ditakrifkan seperti berikut:

$$B_i^3(u) = \frac{3!}{i!(3-i)!} u^i (1-u)^{3-i}, \quad i = 0, 1, 2, 3$$

dan

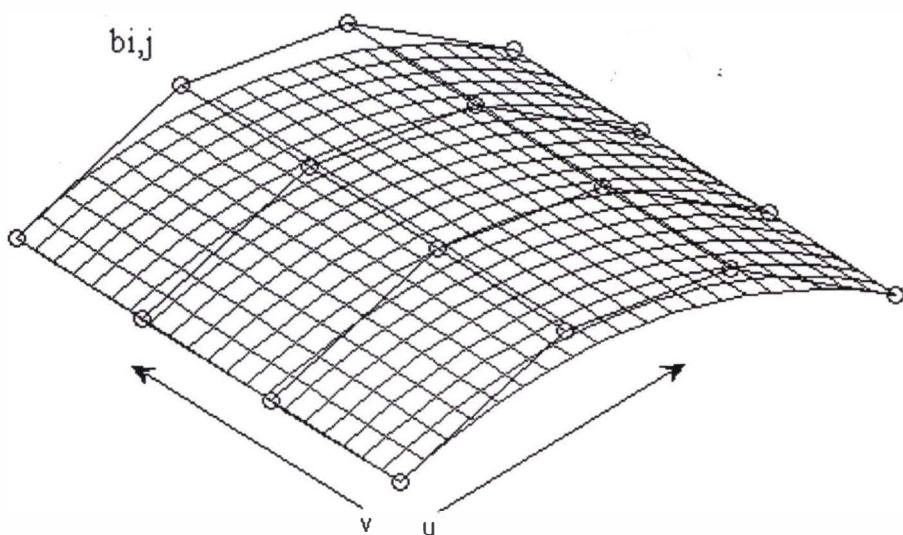
$$B_j^3(v) = \frac{3!}{j!(3-j)!} v^j (1-v)^{3-j}, \quad j = 0, 1, 2, 3$$

Permukaan bikubik Bézier juga boleh ditulis dalam bentuk matrik iaitu

$$P(u, v) = \begin{bmatrix} B_0^3(u), & B_1^3(u), & B_2^3(u), & B_3^3(u) \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & b_{0,2} & b_{0,3} \\ b_{1,0} & b_{1,1} & b_{1,2} & b_{1,3} \\ b_{2,0} & b_{2,1} & b_{2,2} & b_{2,3} \\ b_{3,0} & b_{3,1} & b_{3,2} & P_{3,3} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} B_0^3(v) \\ B_1^3(v) \\ B_2^3(v) \\ B_3^3(v) \end{bmatrix}$$

$$u, v \in [0, 1] \quad (3.4)$$

Rajah 3.1 menunjukkan contoh penampalan bikubik Bézier dengan 16 titik kawalannya yang diwakili oleh ‘◦’.



Rajah 3.1: Penampalan bikubik Bézier dengan 16 titik-titik kawalannya.

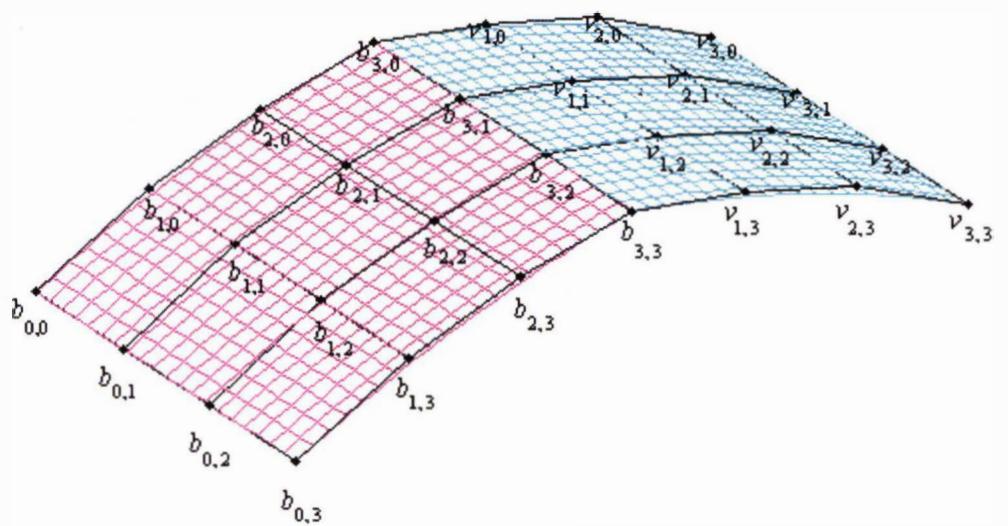
## BAB 4

### KEPUTUSAN DAN PERBINCANGAN

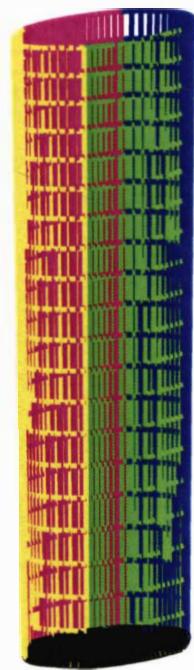
Dalam bab ini, kaedah-kaedah yang diuraikan dalam Bab 3 boleh digambarkan dengan beberapa contoh alat-alat dapur dalam 3D.

Rajah 4.1 menunjukkan kesinambungan dua penampalan bikubik Bézier. Titik-titik kawalan penampalan bikubik Bézier yang pertama adalah ditakrifkan oleh 16 titik-titik iaitu  $b_{0,0}$ ,  $b_{0,1}$ ,  $b_{0,2}$ ,  $b_{0,3}$ ,  $b_{1,0}$ ,  $b_{1,1}$ ,  $b_{1,2}$ ,  $b_{1,3}$ ,  $b_{2,0}$ ,  $b_{2,1}$ ,  $b_{2,2}$ ,  $b_{2,3}$ ,  $b_{3,0}$ ,  $b_{3,1}$ ,  $b_{3,2}$ , dan  $b_{3,3}$  manakala penampalan bikubik Bézier yang kedua pula ditakrifkan oleh  $b_{3,0}$ ,  $b_{3,1}$ ,  $b_{3,2}$ ,  $b_{3,3}$ ,  $v_{1,0}$ ,  $v_{1,1}$ ,  $v_{1,2}$ ,  $v_{1,3}$ ,  $v_{2,0}$ ,  $v_{2,1}$ ,  $v_{2,2}$ ,  $v_{2,3}$ ,  $v_{3,0}$ ,  $v_{3,1}$ ,  $v_{3,2}$ , dan  $v_{3,3}$ . Penampalan yang berwarna *cyan* mewakili penampalan yang pertama manakala penampalan yang kedua pula berwarna *magenta*. Simbol ‘.’ mewakili titik-titik kawalan penampalan.

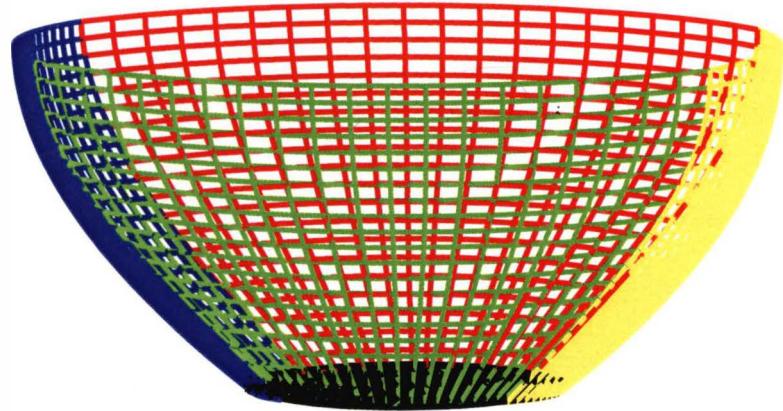
Rajah 4.2 menunjukkan rekabentuk alat-alat dapur dengan menggunakan permukaan bikubik Bézier. Antara objek-objek yang telah direka ialah gelas, mangkuk, cawan, gelas wain, sudu berlubang alur, teko teh dan kutleri yang masing-masingnya ditunjukkan dalam Rajah 4.2 (a), (b), (c), (d), (e), (f) dan (g). Rajah 4.2 (a) dan (b) telah direka dengan menggunakan 5 penampalan, manakala Rajah 4.2 (c), (d), (e), (f) dan (g) masing-masing mempunyai 11, 10, 8, 22 dan 11 penampalan. Jika perlu, bilangan penampalan boleh ditambah supaya kualiti perekaan boleh ditingkatkan.



Rajah 4.1: Dua penampalan bikubik Bézier



(a) Gelas



(b) Mangkuk



(c) Cawan



(d) Gelas Wain



(e) Sudu berlubang alur



(f) Teko teh



(g) Kutleri

Rajah 4.2: Rekabentuk objek dengan permukaan bikubik Bézier.

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN CADANGAN

Kajian ini menfokuskan kepada perekaan alat-alat dapur 3-dimensi (3D) dengan permukaan bikubik Bézier. Permukaan bikubik Bézier ditakrifkan oleh 16 titik-titik kawalan yang berbentuk grid segiempat. Permukaan bikubik Bézier akan menginterpolasi titik-titik kawalan pada empat pepenjuru jaring kawalannya.

Perekaan objek dapat ditambahbaik dengan menambahkan bilangan penampalan. Bilangan penampalan yang semakin banyak dapat menghasilkan perekaan yang lebih berkualiti. Dengan menambahkan bilangan penampalan, penghampiran yang lebih tepat dapat diperoleh. Hasil dapatan kajian ini didapati adalah baik.

Untuk kajian masa depan, perekaan dengan gabungan penampalan segiempat dan segitiga Bézier boleh dipertimbangkan. Di samping itu, kaedah-kaedah perekaan yang lain seperti permukaan splin-B nisbah atau bikubik Bézier nisbah juga boleh dipertimbangkan di mana pemberat-pemberat boleh digunakan untuk mengawal bentuk permukaan yang dijana.

## RUJUKAN

- Andersson, E., Andersson, R., Boman, M., Elmroth, T. & Dahlberg, B. 1988. Automatic construction of surfaces with shape prescribed. *Computer Aided Design* 20: 317-324.
- Farin, G., Hoschek, J. & Myung-Soo Kim. 2002(a). *Handbook of computer aided geometric design*. Elsevier.
- Farin, G. & Hansford, D. 1999. Discrete Coons patches. *Computer Aided Geometric Design* 16: 691-700.
- Farin, G. 1997. *Curves and surfaces for CAGD*. 4<sup>th</sup> edition. San Diego: Academic Press.
- Farin, G., Hoschek, J. & Kim M. S. 2002(b). *Handbook of computer aided geometric design*. 1<sup>st</sup> edition. North-Holland: Academic Press.
- Feng Jie-Qing & Peng Qun-Sheng. 1999. Functional compositions via shifting operators for Bézier patches and their applications. *Journal of Software* 10: 12.
- Hagen, H., Nielson, G. & Nakajima, Y. 1996. Surface design using triangular patches. *Computer Aided Geometry Design* 13: 895-904.
- Hohenberger, W. & Reuding, T. 1995. Smoothing rational B-spline curves using the weights in an optimization procedure. *Computer Aided Geometric Design* 12: 837-848.
- Lavoué, G., Dupont, F. & Baskurt, A. 1981. A framework for quad/triangle subdivision surface fitting: Application to mechanical objects. *The Eurographics Association and Blackwell Publishing 2006* 0: 1-14.
- Shi-Min Hu. 1996. Conversion of a triangular Bézier patch into three rectangular Bézier patches. *Computer Aided Geometry Design* 13: 219-226.
- Theisel, H. 1999. Using Farin points for rational Bézier surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 16: 817-835.

## **BIODATA PENULIS**

Nama : Ong Sheue Li  
Alamat Tetap : 61, Jalan Seruling 2/1, Taman Seruling, 08000 Sungai Petani, Kedah.  
Nombor Telefon : 016-4553664  
Email : ongsheueli@yahoo.com  
Tarikh Lahir : 19 August 1986  
Tempat Lahir : Hospital Besar Kangar, Perlis  
Kewarganegaraan : Malaysia  
Bangsa : Cina  
Jantina : Perempuan  
Agama : Kristian  
Pendidikan :  
a) S.R.J.K. (c) Khoon Aik, Perlis (1993 – 1998)  
b) S.M.J.K. Hua Lian, Taiping (1999 – 2003)  
c) S.M.J.K. Sin Min, Sungai Petani (2004 – 2005)  
d) Universiti Malaysia Terengganu (2006 – 2009)  
Anugerah : Senarai Kepujian Dekan (Semester 1 hingga 5)  
Lain-lain (jika ada) :  
a) Ahli Persatuan Himmat UMT  
b) Ahli Wakil Pelajar Cina UMT

PEREKAAN PERALATAN-PERALATAN DAPUR DENGAN ENGGUNAKAN PERMUKAAN BIKUBIK  
BEZIER- ONG SHEUE LI