

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Malaysia Terengganu in fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy

**MODELING AND QUALITATIVE ANALYSIS OF TYPE-2 DIABETIC POPULATION WITH DELAY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

**MUHAMAD HANIS BIN MOHD NASIR**

**2023**

**Main Supervisor : Assoc. Prof. Auni Aslah Mat Daud, Ph.D.**

**Faculty : Faculty of Ocean Engineering Technology and Informatics**

Diabetes is a chronic disease that can lead to various complications. Diabetes decreases productivity and quality of life and increases healthcare costs and economic burdens to individuals, families, and communities. Several previous ordinary differential equations models have been developed to understand the dynamics of the diabetic population. These models have helped identify factors that significantly affect diabetes prevalence. The progression of type-2 diabetes is slow, from normal glucose levels to diabetes and diabetes complications. The results presented by previous models contradict to this fact because the progression of type-2 diabetes is never immediate but goes through several years before becoming full-blown diabetes. Therefore, in this study, two mathematical models were developed using delay differential equations to investigate the population dynamics of type-2 diabetes. The first model considered the delay in the first incidence of complications after the onset of diabetes and the limited medical resources for the recovery rate of complications. The second model extended the first model by considering a second delay parameter representing the delay by developing diabetes and introducing a general function for the recovery rate of diabetics with complications. After the model formulation, the basic properties of the models were investigated, namely the non-negativity and boundedness of the solutions. Then, the stability analysis of the equilibrium points was carried out. The delay models exhibited the phenomenon of

Hopf bifurcation, where a periodic orbit arises at the critical value. Therefore, the analysis of the Lyapunov direct method was discussed only for the corresponding systems of ordinary differential equations. Numerical simulations of the models using Matrix Laboratory (MATLAB) software were carried out to illustrate and validate the theoretical results. Furthermore, the sensitivity of the equilibrium point to the changes in the model input was analyzed using the direct differential method. The sensitivity analysis results suggest that reducing the rate of developing diabetes is the primary intervention because it will significantly reduce all subpopulations of diabetics.

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Malaysia Terengganu sebagai memenuhi keperluan untuk Ijazah Doktor Falsafah

**PEMODELAN DAN ANALISIS KUALITATIF POPULASI DIABETES  
JENIS-2 DENGAN PERSAMAAN-PERSAMAAN PEMBEZAAN LENGAH**

**MUHAMAD HANIS BIN MOHD NASIR**

**2023**

**Penyelia Utama : Prof. Madya Auni Aslah Mat Daud, Ph.D.**

**Fakulti : Fakulti Teknologi Kejuruteraan Kelautan dan Informatik**

Diabetes ialah satu penyakit kronik yang boleh membawa kepada pelbagai komplikasi. Diabetes menurunkan produktiviti dan kualiti hidup and meningkatkan kos penjagaan kesihatan dan bebanan ekonomi kepada individu, keluarga, dan masyarakat. Beberapa model persamaan pembezaan biasa telah dibangunkan sebelum ini untuk memahami dinamik populasi diabetes. Model-model tersebut telah membantu mengenalpasti faktor-faktor yang memberikan kesan yang ketara terhadap kelaziman diabetes. Perkembangan diabetes jenis-2 adalah perlahan, daripada tahap glukosa yang normal kepada diabetes dan komplikasi-komplikasi diabetes. Hasil-hasil kajian yang dikemukakan oleh model-model sebelum ini bertentangan dengan fakta ini kerana perkembangan diabetes jenis-2 tidak berlaku dengan segera tetapi melalui beberapa tahun sebelum menjadi diabetes sepenuhnya. Oleh itu, dalam kajian ini, dua model matematik telah dibangunkan menggunakan persamaan pembezaan lengah untuk menyiasat dinamik populasi diabetes jenis-2. Model pertama telah mempertimbangkan kelambatan dalam kejadian komplikasi yang pertama selepas bermulanya diabetes dan sumber perubahan yang terhad untuk kadar kesembuhan komplikasi-komplikasi diabetes. Model kedua telah memperluaskan model pertama dengan mempertimbangkan parameter lengah yang kedua mewakili kelambatan semasa mengakibatkan diabetes dan memperkenalkan satu fungsi umum untuk kadar kesembuhan pesakit diabetes yang mempunyai komplikasi. Selepas perumusan model, ciri-ciri asas penyelesaian model-model tersebut telah dikaji, iaitu

bukan negatif dan keterbatasan. Kemudian, analisis kestabilan titik-titik keseimbangan telah dilaksanakan. Model-model lengah telah mempamerkan fenomena percabangan Hopf, yang mana orbit berkala timbul pada nilai kritikal. Oleh itu, analisis kaedah langsung Lyapunov telah dibincangkan hanya untuk sistem-sistem persamaan pembezaan biasa yang sepadan. Simulasi berangka model-model tersebut menggunakan perisian Makmal Matriks (MATLAB) telah dilaksanakan untuk menggambarkan dan mengesahkan hasil-hasil teoretikal. Tambahan pula, sensitiviti titik keseimbangan terhadap perubahan dalam input model telah diperolehi menggunakan kaedah pembezaan langsung. Hasil-hasil analisis sensitiviti mencadangkan bahawa mengurangkan kadar menghidap diabetes adalah intervensi utama kerana ia akan mengurangkan dengan ketara semua subpopulasi pesakit diabetes.