

SOME CONTRIBUTIONS ON ANALYSIS OF
CHAOTIC DYNAMICAL SYSTEMS

UMMU ATIQAH BINTI MOHD ROSLAN

MASTER OF SCIENCE
UNIVERSITI MALAYSIA TERENGGANU

2010

**SOME CONTRIBUTIONS ON ANALYSIS OF
CHAOTIC DYNAMICAL SYSTEMS**

UMMU 'ATIQA H BINTI MOHD ROSLAN

**Thesis Submitted in Fulfillment of the Requirement
for the
Degree of Master of Science in the Faculty of Science
and Technology
Universiti Malaysia Terengganu**

December 2010

DEDICATION

I dedicate this thesis to my beloved father and mother, Mohd Roslan A. Samat and Norzaini Bahari and to all my siblings:

Ummu Abihah

Luqman Hakim

Ali Zainal Abidin

Kamal Khairi

Muhammad Ghazali

Khalil Qusyairi

Muhammad Nabil

Umairah

Hafizin Jamil

They give me inspiration and encouragement.

Abstract of thesis presented to the Senate of Universiti Malaysia Terengganu
in fulfillment of the requirement for the degree of Master of Science.

SOME CONTRIBUTIONS ON ANALYSIS OF CHAOTIC DYNAMICAL SYSTEMS

UMMU 'ATIQA BINTI MOHD ROSLAN

December 2010

Chairperson : Zabidin bin Salleh, Ph.D.
Member : Professor Adem Kılıçman, Ph.D.
Faculty : Science and Technology

Chaos is a property of dynamical system which is completely unordered, unpredictable, uncontrolled and has a sensitive dependence on initial condition as the main features of chaos. Detecting the existence of chaos in a dynamical system is an important problem in mathematics, engineering, computer science and physics. In this research, first, we study on the findings of the critical value's formula for the chaotic system by using the linearized system and characteristic equations for chaotic dynamical flows. We consider Zhou's system (2008) as the numerical example. Second, some numerical methods are used to solve the chaotic systems for maps and flows. In order to solve the maps, we propose the algorithms for solving the one-dimensional maps, two-dimensional maps and three-dimensional maps. We will apply these algorithms to solve some selected chaotic maps which are also known as logistic map, Hénon map and Lorenz map. For the flow system, we follow the algorithm for Euler's method and the Runge-Kutta method of order-four (RK4) to obtain an approximation for the initial-value problem for ordinary differential equations. These methods are also employed to Zhou's system. The results showed that both methods can successfully be applied to the Zhou's system. The results are

given for different number of iterations with a corresponding range of time in order to see how the attractor is designed and moves. Third, we also have investigated about the sensitivity to initial conditions which is measured by the Lyapunov exponents for both maps and flow systems. Lyapunov exponent measures the rate of divergence or convergence of two nearby initial points and is also used to detect the presence of chaos behavior. For maps, we propose the algorithms for estimating the largest Lyapunov exponent for one-dimensional, two-dimensional and three-dimensional maps. A positive largest Lyapunov exponent indicates that the system is chaotic. The algorithms are tested on several chaotic dynamical systems known as logistic map, Hénon map and Lorenz map. The results show that all three maps are chaotic since all of them have a positive largest Lyapunov exponent. For flows, we follow the Wolf's algorithm (1985) to compute all the complete Lyapunov exponents by using the Gram-Schmidt reorthonormalization (GSR) procedure. Finally, we proposed a new system that we discovered recently by modifying the Zhou's system. We have investigated some of its basic dynamical properties, find the critical value's formula, show the range of parameter d which produces the butterfly-shaped, examine the stability of equilibria for natural numbers $d = 1, \dots, 10$, and we also investigate for the Lyapunov exponents by varying the parameters for this new system. The analysis shows that our system is really a dissipative system and has unstable equilibria. The butterfly-shaped occurs in the range of $1 \leq d \leq 6$. For the Lyapunov exponents, we have done the analysis by fixing and varying the parameters. This new system is proven to be chaotic within a certain range of parameters.

Abstrak tesis yang dikemukakan kepada Senat Universiti Malaysia Terengganu sebagai memenuhi keperluan untuk ijazah Master Sains.

BEBERAPA SUMBANGAN ANALISIS BAGI SISTEM DINAMIK KALUT

UMMU 'ATIQA BINTI MOHD ROSLAN

Disember 2010

Pengerusi : Zabidin bin Salleh, Ph.D.
Ahli : Professor Adem Kılıçman, Ph.D.
Fakulti : Sains dan Teknologi

Kalut adalah satu sifat bagi sistem dinamik yang tidak teratur, tidak dapat dijangka, tidak dapat dikawal dan mempunyai pergantungan yang sensitif kepada syarat awal sebagai salah satu ciri penting untuk kalut. Pengesanan tentang kewujudan kalut dalam sistem dinamik merupakan masalah yang penting dalam bidang matematik, kejuruteraan, sains komputer fizik. Dalam kajian ini, yang pertama, penemuan bagi nilai genting untuk sistem kalut yang dikaji dengan menggunakan sistem pelinearan dan persamaan karaktor bagi kes aliran dinamik yang kalut. Sistem Zhou (2008) dipertimbangkan sebagai contoh. Kedua, beberapa kaedah berangka digunakan untuk menyelesaikan sistem kalut bagi pemetaan dan aliran. Untuk menyelesaikan pemetaan, algoritma untuk satu dimensi, dua dimensi dan tiga dimensi dibentangkan. Algoritma ini diaplikasikan ke atas beberapa pemetaan yang dipilih yang dikenali sebagai logistik, Hénon dan Lorenz. Bagi sistem aliran, algoritma bagi kaedah Euler dan Runge-Kutta peringkat empat (RK4) digunakan untuk mendapatkan penghampiran bagi masalah nilai awal persamaan pembezaan biasa. Kaedah-kaedah ini diaplikasikan ke atas sistem Zhou. Hasil dapatan menunjukkan bahawa kaedah-kaedah ini berjaya diaplikasikan ke atas sistem Zhou. Keputusan diberi untuk nilai lelaran yang berbeza berkadaran dengan masa untuk melihat bagaimana laluan-

lalu direka dan bergerak. Ketiga, pergantungan yang sensitif kepada syarat awal yang mana diukur oleh Lyapunov eksponen juga dikaji. Lyapunov eksponen mengukur kadar pencapahan atau penumpuan bagi dua nilai awal dan juga digunakan untuk mengesan kehadiran ciri-ciri kalut. Bagi pemetaan, algoritma untuk menganggar Lyapunov eksponen terbesar untuk satu dimensi, dua dimensi dan tiga dimensi dibentangkan. Satu nilai terbesar Lyapunov eksponen yang positif menandakan bahawa sesuatu sistem itu adalah kalut. Algoritma ini diuji ke atas beberapa sistem dinamik yang kalut seperti logistik, Hénon dan Lorenz. Keputusan menunjukkan bahawa kesemua pemetaan adalah kalut oleh sebab kesemuanya mempunyai satu nilai terbesar Lyapunov eksponen yang positif. Bagi aliran, algoritma oleh Wolf (1985) digunakan untuk mengira kesemua Lyapunov eksponen yang lengkap yang menggunakan proses Gram-Schmidt reorthonormalization (GSR). Akhir sekali, baru-baru ini, satu sistem yang baru kami temui dicadangkan telah diubahsuai daripada sistem Zhou. Beberapa ciri-ciri dinamik asas telah dikaji, nilai gentingnya dicari, julat untuk menghasilkan bentuk rama-rama bagi parameter d ditunjukkan, mengesan kestabilan bagi titik keseimbangan bagi $d = 1, \dots, 10$, dan penyiasatan tentang Lyapunov eksponen juga dilakukan dengan menetapkan dan mempelbagaikan parameter. Analisis menunjukkan bahawa sistem ini memang sebuah sistem lesapan dan mempunyai ketidakseimbangan. Bentuk rama-rama berlaku dalam julat $1 \leq d \leq 6$. Untuk Lyapunov eksponen, analisis dilakukan dengan mempelbagaikan dan menetapkan parameter. Sistem baru ini terbukti kalut pada julat-julat yang tertentu.